



การจำลองการถ่ายโอนความร้อนภายในชุดท่อทำความเย็น
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นายสมจินต์ พ่วงเจริญชัย

งานห้องสมุดกลางอาคาร
ส. นักวิทยานิพนธ์และเทคโนโลยี
วันที่..... 17 ต.ย. 2553
เลขทะเบียน.....
เลขหมู่..... 7

พ ๒๖๖ ก
๑-๒

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

การจำลองการถ่ายโอนความร้อนภายในชุดท่อทำความเย็น
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

นายสมจินต์ พ่วงเจริญชัย

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร

ชื่อ : นายสมจินต์ พ่วงเจริญชัย
เรื่อง : การจำลองการถ่ายโอนความร้อนภายในชุดท่อทำความเย็น
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล

บทคัดย่อ

โดยทั่วไปงานต่างๆของการทำความเย็น ส่วนใหญ่มักใช้ชุดท่อทำความเย็นเป็นอุปกรณ์ในการลดอุณหภูมิ ดังนั้นในการออกแบบเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพในการแลกเปลี่ยนความร้อนที่ดี เราควรศึกษาการถ่ายโอนความร้อนภายในชุดท่อทำความเย็นเสียก่อน การวิจัยนี้ขอเสนอการคำนวณเชิงตัวเลขโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อหาค่าอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่างๆของชุดท่อทำความเย็นเมื่อทำการพิจารณาเป็นวัสดุพอรูน จากนั้นสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์แล้วทำการเขียนโปรแกรมหาค่าผลเฉลยโดยประมาณของอุณหภูมิ และจากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิจะมีการลดลงสู่สภาวะอิมตัว นั่นคืออุณหภูมิที่บริเวณขอบแบบจำลองชุดท่อทำความเย็นจะลดลง เมื่อเพิ่มเวลานานขึ้น ค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆโดยรอบจะลดลงตามลำดับ จนกระทั่งค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆภายในแบบจำลองมีค่าเท่ากับอุณหภูมิที่บริเวณขอบแบบจำลองชุดท่อทำความเย็น ดังนั้นผลที่ได้จากการวิจัยนี้สามารถมาใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับการเปรียบเทียบกับ การวิจัยปัญหาในลักษณะเดียวกันด้วยวิธีการอื่นและสามารถนำไปประกอบการพิจารณาในปัญหา งานที่เกิดขึ้นจริง

นายสมจินต์ พ่วงเจริญชัย

Name : Mr.Somjin Puangcharoenchai
Tittle : A Modeling of Heat Transfer in Cooling Coil using Finite Element Method
Major Field : Mechanical Engineering

ABSTRACT

In general for the refrigeration, the cooling coil is almost used to be the device to decrease the temperature. Thus, in order to design heat exchange, we should study the heat transfer into the cooling coil. This research proposes the numerical using finite element method for calculating the temperature at any position of the cooling point for considering to porous media. After that, to create an algebraic equation finite element for writing the program to search the solution by estimating the temperature. The research demonstrates that the changing of temperature will be decreased to saturated condition, that is the temperature around the region of the cooling coil model edge will be decreased. The longer time, the lower temperature around each position will decrease respectively until the temperature at each position inside the model are the same as region of the cooling coil model edge. Therefore, this search result can be the basic for the comparison with the similar problem of others by using other method and can be proposed so as to consider in the real problems.

Mr.Somjin Puangcharoenchai

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากทางมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ในการดำเนินการจัดทำโครงการ ทางผู้จัดทำขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ.โอกาสนี้ และผู้วิจัยขอขอบพระคุณอาจารย์ประหยัด อัมมอคม อาจารย์พีรสิทธิ์ ชฎาธร และอาจารย์ศรีศักดิ์ น้อยไรรูมิ ที่ให้คำปรึกษาและแนะนำตลอดในการทำโครงการ จนโครงการประสบผลสำเร็จด้วยดี

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกลทุกท่าน รวมทั้งเจ้าหน้าที่ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลพระนคร ที่ได้ให้ความสะดวกต่างๆ ตลอดระยะเวลาในการทำโครงการ

ประโยชน์และคุณค่าอันพึงมีจากโครงการนี้ ผู้จัดทำขอมอบเพื่อทดแทนคุณแก่ บิดา มารดา ครูบาอาจารย์ ผู้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

นายสมจินต์ พ่วงเจริญชัย



สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
กิตติกรรมประกาศ	ง
สารบัญตาราง	ช
สารบัญภาพ	ฅ
บทที่	
1. บทนำ	
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	1
ขอบเขตของการวิจัย	2
ประโยชน์ของผลการวิจัย	2
ขั้นตอนในการทำวิจัย	2
2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	
กฎอนุรักษ์ของพลังงาน	3
เงื่อนไขขอบเขตและค่าเริ่มต้น	8
วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์	10
การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาด้านความร้อน	13
คุณสมบัติของอากาศชั้น	22
กระบวนการปรับอากาศ	27
กระบวนการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้น	28
3. วิธีการวิจัย	
การดำเนินการวิจัย	30
การสร้างชุดทดสอบชุดต่อทำความเย็น	30
สมมติฐานและข้อกำหนดสำหรับการวิจัย	34
ข้อมูลจำเพาะสำหรับการวิจัย	34
การสร้างแบบจำลอง	35

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
3. วิธีการวิจัย (ต่อ)	
การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตแบบจำลอง	35
วิธีการและขั้นตอนการวิจัย	36
4. ผลของการวิจัย	
ผลการวิจัย	40
ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 1	41
ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 2	44
ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 3	47
ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 4	50
5. สรุปผลและข้อเสนอแนะ	
สรุปผลการวิจัย	53
ข้อเสนอแนะ	54
บรรณานุกรม	55
ภาคผนวก ก. ไฟล์ไนต์เอลิเมนต์โปรแกรม	57
ภาคผนวก ข. แบบโครงสร้าง	79
ประวัติผู้เขียน	92

สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

- 1 แสดงการวิเคราะห์การทำงานของระบบทำความเย็น

33



สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
1 แสดงระบบควบคุมมวล (Control Mass System)	3
2 แสดงลักษณะของวัสดุพูน	6
3 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการถ่ายโอนความร้อน	9
4 แสดงการแบ่งแบบจำลองออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย	10
5 แสดงเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อ โดยมีตัวแปรอยู่ที่จุดต่อ	11
6 แสดงชิ้นส่วนย่อยรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าในพิกัด $x - y$	12
7 แสดงชิ้นส่วนย่อยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในพิกัด $\xi - \eta$	13
8 แสดงตำแหน่งของจุดเกาส์สำหรับการอินทิเกรตที่ใช้จำนวนจุดเกาส์ต่างๆ	20
9 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อใดๆ กับเวลา	20
10 แสดงการทำให้อากาศเย็นตัวลงภายใต้ความดันคงที่จนถึงอุณหภูมิจุดน้ำค้าง	23
11 แสดงกระบวนการอิมัลชันแบบแอเดียแบติกและแผนภาพอุณหภูมิ-เอนโทรปี	24
12 แสดงเส้นกราฟต่าง ๆ บนแผนภูมิไซโครเมตริก	26
13 แสดงกระบวนการปรับอากาศ	27
14 แสดงการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้น	28
15 แสดงกระบวนการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้นบนแผนภูมิไซโครเมตริก	28
16 แสดงหลักการทำความเย็นและลดความชื้น	29
17 แสดงการจัดเรียงกลุ่มท่อ	31
18 แสดงขดท่อทำความเย็น (Cooling Coil)	32
19 แสดงท่อลม (Duct)	32
20 แสดงชุดทดสอบขดท่อทำความเย็น	33
21 แสดงลักษณะแบบจำลองขดท่อทำความเย็น	35
22 แสดงชิ้นส่วนย่อยต่างๆ จำนวน 24 ชิ้นส่วน ที่ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด 35 จุดต่อ	36
23 แสดงชิ้นส่วนย่อยต่างๆ จำนวน 2382 ชิ้นส่วน ที่ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด 2735 จุดต่อ	39
24 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลองของผลการทดสอบการคำนวณแบบที่ 1 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 35 องศาเซลเซียส	41

หน้า

[illegible]

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

กระบวนการปรับอากาศเป็นการควบคุมสถานะของอากาศให้เหมาะสมกับสภาพต่าง ๆ การทำความเย็นเพื่อให้ได้อุณหภูมิตามที่กำหนดนั้น ระบบการทำความเย็นส่วนใหญ่มักใช้ขดท่อทำความเย็น (Cooling Coil) เป็นอุปกรณ์ในการลดอุณหภูมิ ดังนั้นในการออกแบบขดท่อทำความเย็น เราควรศึกษาการถ่ายโอนความร้อนภายในขดท่อทำความเย็นเสียก่อน เพื่อใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการออกแบบที่เหมาะสม โดยการถ่ายโอนความร้อนภายในขดท่อทำความเย็นสามารถที่จะอธิบายในทางฟิสิกส์ แล้วหาออกมาในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) และจากสมการเชิงอนุพันธ์นี้เองก็สามารถนำไปหาค่าผลเฉลย (Solution) ตามที่ต้องการ โดยวิธีการหาค่าผลเฉลยนี้สามารถกระทำได้หลายวิธี เช่น หาค่าผลเฉลยโดยวิธีการวิเคราะห์ (Analytical Method) หาค่าผลเฉลยโดยประมาณโดยวิธีผลต่างสลับเนื่อง (Finite Different Method) หรือหาค่าผลเฉลยโดยประมาณโดยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) โดยการหาค่าผลเฉลยโดยวิธีการวิเคราะห์นั้นจะกระทำได้ยุ่งยากกว่าอีก 2 วิธี ส่วนการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณโดยวิธีผลต่างสลับเนื่องนั้นจะมีข้อดีตรงที่ง่ายต่อการศึกษาและทำความเข้าใจและรวมไปถึงความสะดวกในการเขียนโปรแกรม แต่จะไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและมีปัญหามาก ในกรณีที่มีรูปร่างซับซ้อน และจากปัญหาดังกล่าวนี้องค์วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์จึงเป็นวิธีการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณที่เหมาะสมกับปัญหาประเภทดังกล่าว ดังนั้นโครงงานวิจัยนี้จึงมุ่งศึกษาการถ่ายโอนความร้อนภายในขดท่อทำความเย็น โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ทำการเขียนโปรแกรมหาค่าผลเฉลยโดยประมาณของอุณหภูมิ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษาการถ่ายโอนความร้อนที่เกิดขึ้นภายในขดท่อทำความเย็น เพื่อหาตัวแปรที่สำคัญที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ
2. ศึกษาคุณสมบัติต่างๆ ของวัสดุที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ
3. เปรียบเทียบและวิเคราะห์ผลข้อมูลจากการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัย

1. หาค่าการถ่ายโอนความร้อนภายในขดท่อทำความเย็นแบบเชิงเส้นในสถานะชั่วครู่ (Linear Transient Heat Transfer)
2. ใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหาค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในขดท่อทำความเย็น
3. ออกแบบและสร้างแบบจำลองขดท่อทำความเย็น

ประโยชน์ของผลการวิจัย

1. ทำให้รู้ถึงพฤติกรรมและตัวแปรของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในขดท่อทำความเย็น
2. สามารถใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการวิเคราะห์ห้ออกแบบขดท่อทำความเย็น
3. สามารถนำโปรแกรมไปใช้กับออกแบบงานที่มีลักษณะเช่นเดียวกันได้
4. ช่วยในการพัฒนาขดท่อทำความเย็นให้มีคุณภาพดียิ่งขึ้น

ขั้นตอนในการทำวิจัย

1. ศึกษาและรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้อง
2. หาสมการในการถ่ายโอนความร้อนภายในขดท่อทำความเย็น
3. แก้ปัญหาโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
4. เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์
5. เปรียบเทียบและวิเคราะห์ผลข้อมูลจากการวิจัย
6. สรุปผลการวิจัย

บทที่ 2

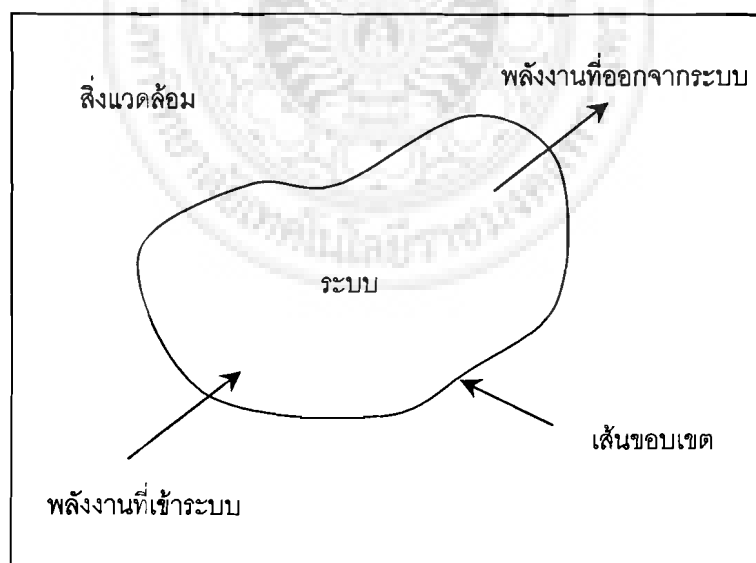
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

กฎอนุรักษ์ของพลังงาน

พิจารณาระบบที่ไม่มีการไหลของมวลผ่านเข้าหรือออกจากระบบ โดยภายในระบบบรรจุสารตัวกลางอยู่ เมื่อระบบได้รับความร้อนจากภายนอก จากกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ (Thermodynamics) กล่าวไว้ว่า อัตราของการเปลี่ยนแปลงพลังงานทั้งหมดในระบบ จะมีค่าเท่ากับ พลังงานที่เข้าหรือออกจากระบบ ซึ่งเป็นผลมาจากการงานและความร้อน โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\frac{D}{Dt} \int \left(\rho e + \frac{1}{2} \rho \vec{u} \cdot \vec{u} \right) dV = \int \vec{u} \cdot \vec{P} dS + \int \vec{u} \cdot \rho \vec{f} dV - \int \vec{q}'' \cdot \vec{n} dS + \int q''' dV \quad 1$$

โดยเทอมทางด้านซ้ายเป็นพลังงานที่เก็บสะสมทั้งหมดในระบบ ส่วนเทอมทางด้านขวาสองเทอมแรกนั้นเป็นงานที่กระทำกับระบบ ส่วนเทอมที่เหลือเป็นความร้อนที่ออกจากระบบและปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นเอง (Internal Heat Generation)



ภาพที่ 1 แสดงระบบควบคุมมวล (Control Mass System)

ดังนั้นจากสมการที่ 1 จะเห็นได้ว่า เทอมทางด้านซ้ายอยู่ในรูปของลาแกนเจียนโคออดิเนท (Lagrangian Coordinated) ดังนั้นจากทฤษฎีของเรย์โนลด์ส์ทรานสปอร์ต (Reynolds' Transport Theorem) ทำการเปลี่ยนจากลาแกนเจียนโคออดิเนทเป็นออยเลอร์เรียนโคออดิเนท (Eulerian Coordinated) โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\frac{D}{Dt} \int \alpha dV = \int \left[\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\alpha u_k) \right] dV \quad 2$$

โดยที่ $\alpha = \left(\rho e + \frac{1}{2} \rho \vec{u} \cdot \vec{u} \right)$

ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int \left(\rho e + \frac{1}{2} \rho \vec{u} \cdot \vec{u} \right) dV \\ = \int \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho e + \frac{1}{2} \rho u_j u_j \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\rho e + \frac{1}{2} \rho u_j u_j \right) u_k \right] \right\} dV \end{aligned} \quad 3$$

จากนั้นใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss' Theorem) เปลี่ยนจากอินทิกรัลตามพื้นผิว (Surface Integrals) เป็นอินทิกรัลตามปริมาตร (Volume Integrals)

$$\int \vec{u} \cdot \vec{P} dS = \int u_j \sigma_{ij} n_i dS = \int \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j \sigma_{ij}) dV \quad 4$$

$$\int \vec{q}'' \cdot \vec{n} dS = \int q_j'' n_j dS = \int \frac{\partial q_j''}{\partial x_j} dV \quad 5$$

แทนสมการที่ 3, 4 และ 5 ลงในสมการที่ 1

$$\begin{aligned} \int \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho e + \frac{1}{2} \rho u_j u_j \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\rho e + \frac{1}{2} \rho u_j u_j \right) u_k \right] \right\} dV \\ = \int \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j \sigma_{ij}) dV + \int u_j \rho f_j dV - \int \frac{\partial q_j''}{\partial x_j} dV + \int q'' dV \end{aligned} \quad 6$$

จัดรูปแบบสมการใหม่ ดังนั้นจะได้

$$\rho \frac{De}{Dt} = - \vec{P} \cdot \vec{u} + \Phi - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}'' + q'' \quad 7$$

โดยสมการข้างบนก็คือ สมการของพลังงาน (Energy Equation) นั้นเอง และจากกฎการนำความร้อนของฟูรีเยร์ (Fourier Law of Heat Conduction) สำหรับการนำความร้อนในวัสดุแบบไอโซทรอปิก (Isotropic Material)

$$\vec{q}'' = -k\vec{\nabla}T \quad 8$$

และจากกฎทางเทอร์โมไดนามิกส์ที่กำหนดไว้ว่า

$$\rho \frac{De}{Dt} = \rho \frac{Dh}{Dt} + \frac{P}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} - \frac{DP}{Dt} \quad 9$$

แทนสมการที่ 8 และ 9 ลงในสมการที่ 7 จะได้

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = k\nabla^2 T + \vec{q}''' + \frac{DP}{Dt} + \Phi - \frac{P}{\rho} \left(\frac{D\rho}{Dt} + \rho\vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) \quad 10$$

และจากกฎอนุรักษ์ทรงมวล (Conservation of Mass)

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad 11$$

ดังนั้นจะได้

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = k\nabla^2 T + \vec{q}''' + \frac{DP}{Dt} + \Phi \quad 12$$

จากนั้นทำการเปลี่ยนรูปแบบสมการของพลังงานให้อยู่ในเทอมของอุณหภูมิ โดยใช้ความสัมพันธ์ของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's Relations)

$$dh = Tds + \frac{1}{\rho} dP \quad 13$$

และจาก

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \frac{\beta}{\rho} dP \quad 14$$

ดังนั้น
$$dh = c_p dT + \frac{1}{\rho} (1 - \beta T) dP \quad 15$$

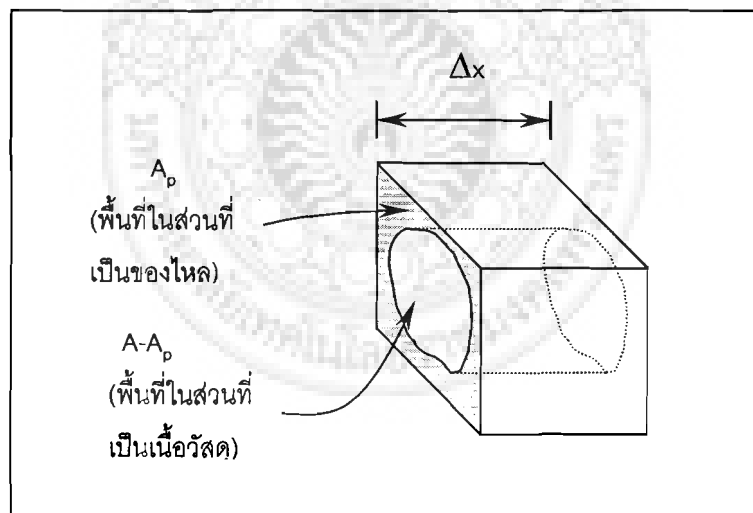
หรือ
$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \rho c_p \frac{DT}{Dt} + (1 - \beta T) \frac{DP}{Dt} \quad 16$$

แทนสมการที่ 16 ลงในสมการที่ 12 จะได้รูปแบบของสมการพลังงานในเทอมของอุณหภูมิ นั่นคือ

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T + q''' + \beta T \frac{DP}{Dt} + \Phi \quad 17$$

สำหรับรูปแบบสมการของพลังงานสำหรับวัสดุพอรุน สามารถแยกพิจารณาออกเป็นสองส่วน คือส่วนที่เป็นเนื้อวัสดุ กับส่วนที่เป็นอากาศ โดยความพอรุนของวัสดุสามารถกำหนดโดยอัตราส่วนของปริมาตรของอากาศต่อปริมาตรทั้งหมดนั่นเอง

$$\phi = \frac{A_p \Delta x}{A \Delta x} \quad 18$$



ภาพที่ 2 แสดงลักษณะของวัสดุพอรุน

โดยสมการของพลังงานสำหรับส่วนที่เป็นเนื้อวัสดุ คือ

$$\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_s''' \quad 19$$

อินทิกรัล (Integrals) ตลอดทั้งปริมาตรของเนื้อวัสดุ

$$\Delta x(A - A_p)\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = \Delta x(A - A_p)k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \Delta x(A - A_p)q_s''' \quad 20$$

$$\begin{aligned} A\Delta x\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} - A_p\Delta x\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} \\ = A\Delta xk_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - A_p\Delta xk_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + A\Delta xq_s''' - A_p\Delta xq_s''' \end{aligned} \quad 21$$

แล้วหารด้วย ($A\Delta x$) ตลอดทั้งสองข้าง

$$\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} - \phi\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \phi k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_s''' - \phi q_s''' \quad 22$$

ดังนั้นจะได้

$$(1 - \phi)\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = (1 - \phi)k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1 - \phi)q_s''' \quad 23$$

และสมการของพลังงานสำหรับส่วนที่เป็นอากาศ คือ

$$\rho_r c_{pr} \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) + \rho_r c_{pr} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k_r \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 24$$

อินทิกรัล (Integrals) ตลอดทั้งปริมาตรของอากาศ

$$\Delta x A_p \rho_r c_{pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \Delta x A_p \rho_r c_{pr} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \Delta x A_p k_r \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 25$$

ดังนั้นจะได้

$$\phi\rho_r c_{pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \phi\rho_r c_{pr} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = \phi k_r \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad 26$$

จากนั้นรวมสมการที่ 23 และ 26 เข้าด้วยกัน

$$\begin{aligned} (1 - \phi)\rho_s c_s \frac{\partial T}{\partial t} + \phi\rho_r c_{pr} \frac{\partial T}{\partial t} + \phi\rho_r c_{pr} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ = (1 - \phi)k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1 - \phi)q_s''' + \phi k_r \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \end{aligned} \quad 27$$

จัดรูปแบบใหม่ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} (\phi \rho_f c_{pf} + (1 - \phi) \rho_s c_s) \frac{\partial T}{\partial t} + \phi \rho_f c_{pf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ = (\phi k_f + (1 - \phi) k_s) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + (1 - \phi) q_s'''' \end{aligned} \quad 28$$

หรือ

$$\rho_f c_{pf} \sigma \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \phi \rho_f c_{pf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q'''' \quad 29$$

โดยที่

$$\sigma = \frac{\phi \rho_f c_{pf} + (1 - \phi) \rho_s c_s}{\rho_f c_{pf}} \quad 30$$

$$k = \phi k_f + (1 - \phi) k_s \quad 31$$

$$q'''' = (1 - \phi) q_s'''' \quad 32$$

สามารถเขียนในรูปเวกเตอร์ (Vector Form) ก็คือ

$$\rho_f c_{pf} \sigma \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = k \nabla^2 T - \phi \rho_f c_{pf} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q'''' \quad 33$$

นอกจากนั้นสำหรับการถ่ายเทความร้อนผ่านเขตท่อทำความเย็นนั้น จะมีการถ่ายเทความร้อน โดยการพาเพิ่มขึ้นมาอีกชนิดหนึ่งเนื่องจากการเคลื่อนที่ของของเหลว ดังนั้นสมการของพลังงานในระบบแกนพิกัดฉาก (Rectangular Coordinate System) ก็คือ

$$\rho_f c_{pf} \sigma \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \rho_f c_{pf} \phi \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q'''' \quad 34$$

เงื่อนไขขอบเขตและค่าเริ่มต้น

การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ เราต้องทราบเงื่อนไขขอบเขตและค่าเริ่มต้น (Boundary and Initial Condition) ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปได้ดังนี้

$$T(x, y, z, 0) = T_o(x, y, z) \quad 35$$

1. กำหนดอุณหภูมิที่ผิวคงที่ (Constant Surface Temperature)

$$T(0, t) = T_s \quad 36$$

2. ฟลักซ์ความร้อนคงที่ (Constant Surface Heat Flux)

2.1 ฟลักซ์ความร้อนมีค่าจำกัด (Finite Heat Flux)

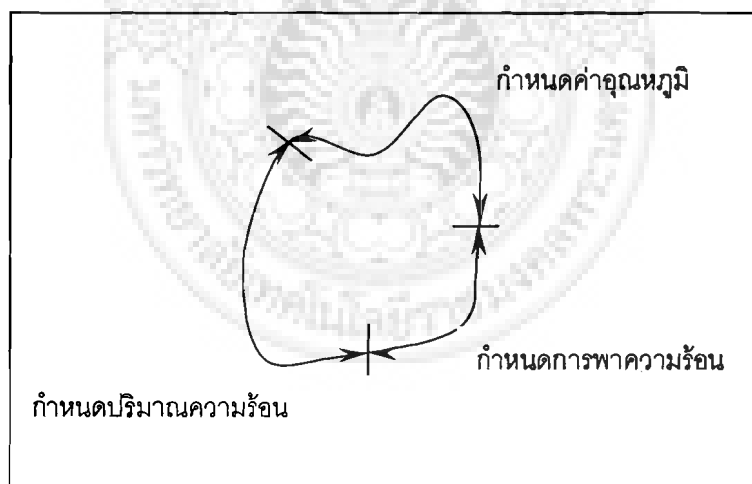
$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=0} = q'' \quad 37$$

2.2 ที่ผิวไม่มีการสูญเสียความร้อนหรือติดฉนวน (Adiabatic or Insulated Surface)

$$\frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=0} = 0 \quad 38$$

3. มีการพาความร้อนที่ผิว (Convection Surface Condition)

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{x=0} = h[T_s - T_a] \quad 39$$

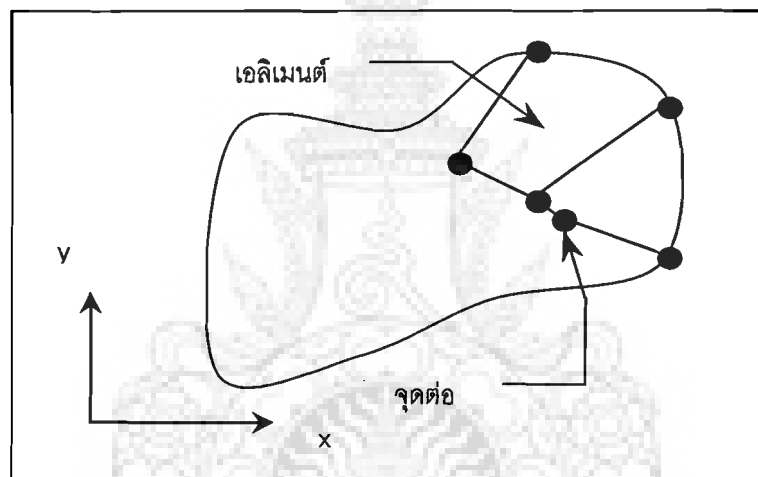


ภาพที่ 3 แสดงเงื่อนไขขอบเขตของการถ่ายโอนความร้อน

วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) เป็นวิธีการเชิงตัวเลขเพื่อหาค่าผลเฉลยโดยประมาณของตัวแปรที่ไม่รู้ค่า เช่น ความดัน ความเร็ว อุณหภูมิ เป็นต้น โดยทำการแบ่งลักษณะรูปร่างของปัญหาออกเป็นชิ้นส่วนย่อย ที่เรียกว่า (Elements) และในแต่ละชิ้นส่วนย่อยจะเชื่อมกันที่จุดต่อเรียกว่า (Nodes) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เราต้องการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณนั่นเอง โดยสามารถสรุปเป็นขั้นตอนต่าง ๆ ได้ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. สร้างแบบจำลองของระบบแล้วแบ่งแบบจำลองเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ โดยแต่ละเอลิเมนต์อาจมีลักษณะและขนาดที่ต่างกันไป



ภาพที่ 4 แสดงการแบ่งแบบจำลองออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย

2. เลือกฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ (Shape Function) โดยที่แต่ละจุดต่อจะมีฟังก์ชันที่ใช้ในการประมาณค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่มีความสัมพันธ์กับพิกัดแต่ละจุดต่อ โดยลักษณะการกระจายของตัวไม่รู้ค่าบนเอลิเมนต์สามารถเขียนอยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และตัวแปรที่จุดต่อโดยมีรูปแบบดังนี้

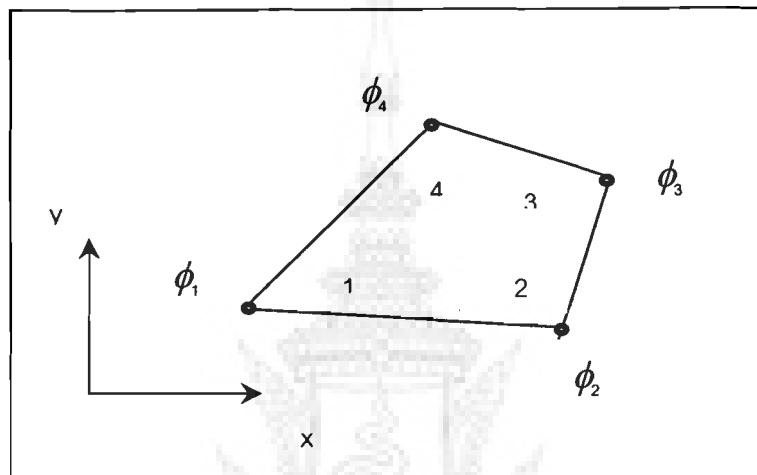
$$\phi(x, y, z) = N_1(x, y, z)\phi_1 + N_2(x, y, z)\phi_2 + N_3(x, y, z)\phi_3 + N_4(x, y, z)\phi_4 \quad 40$$

โดยที่ $\phi(x, y, z)$ เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

$N_i(x, y, z)$, $i = 1, 2, 3, 4$ เป็นฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์

หรือสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\phi(x, y, z) = [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} \quad 41$$



ภาพที่ 5 แสดงเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อ โดยมีตัวแปรอยู่ที่จุดต่อ

3. สร้างสมการของเอลิเมนต์ (Element Equations) ที่ต้องการทราบคำตอบ โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$[k]_e \{\phi\}_e = \{f\}_e \quad 42$$

โดยที่ $[k]_e$ คือเอลิเมนต์เมตริกซ์ที่ขึ้นอยู่กับชนิดของปัญหานั้น (Element Matrix)
 $\{\phi\}_e$ คือเวกเตอร์ของตัวแปรไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (Vector of Nodal Unknowns)
 $\{f\}_e$ คือเวกเตอร์ของโหลดที่จุดต่อ (Vector of Nodal Loads)

สำหรับเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อ สมการของเอลิเมนต์จะมีรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \phi_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{Bmatrix} \quad 43$$

4. เนื่องจากการเรียงตัวของชิ้นส่วนย่อยในแบบจำลอง จะไม่ขนานหรือตั้งฉากกับระบบแกนรวมใหญ่ $x - y$ (Global Coordinate System) แต่จะบิดเอียงไปตามรูปร่างของชิ้นส่วนย่อย หรือที่เรียกว่าระบบแกนย่อย $\xi - \eta$ (Local Coordinate System) ดังนั้นเพื่อลดความยุ่งยากในการอินทิเกรต (Integrate) บนพื้นที่ของชิ้นส่วนย่อยที่เอียงไปมาในพิกัด $x - y$ ต้องเปลี่ยนชิ้นส่วนย่อยที่เอียงไปมาให้อยู่ในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในพิกัด $\xi - \eta$ โดยมีเซฟฟังก์ชัน (Shape Function) ดังนี้

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)$$

44

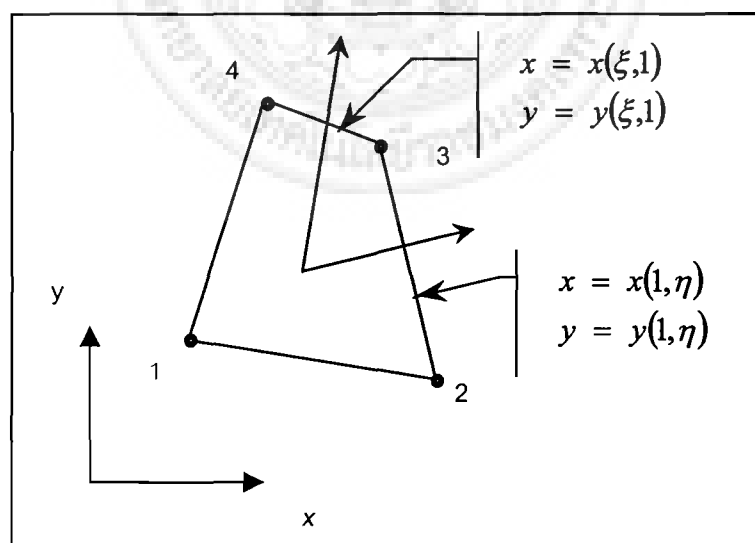
5. นำสมการของแต่ละเอลิเมนต์มารวมกัน เป็นสมการรวมของระบบ (System Equations) โดยมีรูปแบบดังนี้

$$[K]_{sys} \{\phi\}_{sys} = \{F\}_{sys}$$

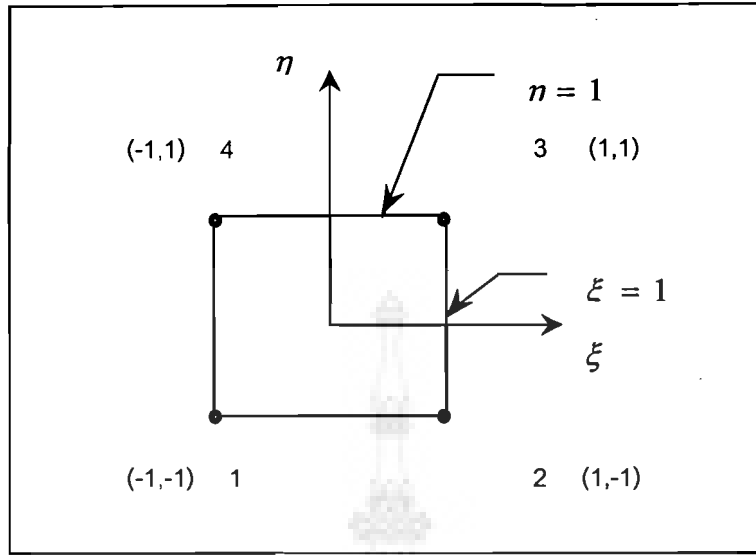
45

6. แทนเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions) ลงในสมการรวมของระบบ

7. แก้สมการของระบบเพื่อหาค่าโดยประมาณของตัวที่ไม่รู้ค่า $\{\phi\}_{sys}$



ภาพที่ 6 แสดงชิ้นส่วนย่อยรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าในพิกัด $x - y$



ภาพที่ 7 แสดงชิ้นส่วนย่อยรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสในพิกัด $\xi - \eta$

การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาคำนวณความร้อน

เมื่อทราบถึงสมการเชิงอนุพันธ์ทางด้านการคำนวณและเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมแล้ว เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยคูณฟังก์ชันเศษตกค้าง (Residual Function) R ด้วย ฟังก์ชันน้ำหนัก (Weighting Function) N แล้วทำการอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมน (Domain) จากนั้น กำหนดผลที่ได้ให้มีความเท่ากับศูนย์ นั่นก็คือ

$$\int_{\Omega^{(e)}} R \cdot N \, d\Omega = 0 \quad 46$$

$$\int_{\Omega^{(e)}} \left(k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \rho_f c_{pf} \phi \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \rho_f c_{pf} \sigma \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) + q'' \right) N \, d\Omega = 0 \quad 47$$

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^{(e)}} \left(k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) N \, d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} \left(k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) N \, d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \phi u \frac{\partial T}{\partial x} \right) N \, d\Omega \\ & - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \phi v \frac{\partial T}{\partial y} \right) N \, d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \sigma \frac{\partial T}{\partial t} \right) N \, d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} (q'') N \, d\Omega = 0 \quad 48 \end{aligned}$$

โดยในเทอมแรกของสมการที่ 48 นั้น จากกฎอนุพันธ์ของผลคูณ เราจะได้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial T}{\partial x} \right) = N \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \quad 49$$

หรือ

$$N \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \quad 50$$

และทำนองเดียวกันใช้กฎอนุพันธ์ของผลคูณกับเทอมที่สองของสมการที่ 48 ดังนั้นจะได้

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(N \frac{\partial T}{\partial y} \right) = N \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \quad 51$$

หรือ

$$N \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(N \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \quad 52$$

แทนสมการที่ 50 และ 52 ลงในสมการที่ 48

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^{(e)}} \left(k \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial T}{\partial x} \right) + k \frac{\partial}{\partial y} \left(N \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left(k \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega \\ & - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \phi u \frac{\partial T}{\partial x} \right) N d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \phi v \frac{\partial T}{\partial y} \right) N d\Omega \\ & - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \sigma \frac{\partial T}{\partial t} \right) N d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} (q''') W d\Omega = 0 \end{aligned} \quad 53$$

จากเทอมแรกของสมการที่ 53 สามารถเปลี่ยนเป็นอินทิกรัลตามพื้นผิว โดยใช้ทฤษฎีของเกาส์ นั่นคือ

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega^{(e)}} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta + k \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta \right) W d\Gamma - \int_{\Omega^{(e)}} \left(k \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega \\ & - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \phi u \frac{\partial T}{\partial x} \right) N d\Omega - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \phi v \frac{\partial T}{\partial y} \right) N d\Omega \\ & - \int_{\Omega^{(e)}} \left(\rho_f c_{pf} \sigma \frac{\partial T}{\partial t} \right) N d\Omega + \int_{\Omega^{(e)}} (q''') W d\Omega = 0 \end{aligned} \quad 54$$

และกำหนดเงื่อนไขขอบเขตการพาความร้อนที่ผิวด้านข้างและส่วนบนไม่มีการสูญเสียความร้อน

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \cos \theta = h(T_s - T_a) \quad \text{และ} \quad k \frac{\partial T}{\partial y} \sin \theta = 0 \quad 55$$

ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned}
 & \int_{(e)} (h(T_\alpha - T_s))N \, d\Omega - \int_{(e)} \left(k \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\Omega \\
 & - \int_{(e)} \left(\rho_f c_{pf} \phi u \frac{\partial T}{\partial x} \right) N \, d\Omega - \int_{(e)} \left(\rho_f c_{pf} \phi v \frac{\partial T}{\partial y} \right) N \, d\Omega \\
 & - \int_{(e)} \left(\rho_f c_{pf} \sigma \frac{\partial T}{\partial t} \right) N \, d\Omega + \int_{(e)} (q''')N \, d\Omega = 0
 \end{aligned} \tag{56}$$

การกระจายของอุณหภูมิภายในเอลิเมนต์ สามารถสมมติให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการกระจายภายในเอลิเมนต์ (Element Interpolation Functions) และค่าอุณหภูมิที่จุดต่อ (Nodal Temperature) ดังนี้

$$T(x, y, t) = [N(x, y)]_{(1 \times m)} \{T(t)\}_{(m \times 1)} \tag{57}$$

โดยที่ $[N(x, y)]$ เป็นฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์
 $\{T(t)\}$ เป็นอุณหภูมิที่จุดต่อซึ่งขึ้นอยู่กับเวลา

ส่วนค่าความชันของการกระจายอุณหภูมิในทิศทาง x และทิศทาง y สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{(1 \times m)} \{T(t)\}_{(m \times 1)} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{(1 \times m)} \{T(t)\}_{(m \times 1)} \tag{58}$$

ดังนั้นจากสมการที่ 56 จะกลายมาเป็น

$$\begin{aligned}
 & \int_{(e)} h T_\alpha \{N\}_{(m \times 1)} d\Omega - \int_{(e)} h \{N\}_{(m \times 1)} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{(1 \times m)} d\Omega \{T\}_{(m \times 1)} - \int_{(e)} \left(\left\{ \frac{\partial N}{\partial x} \right\}_{(m \times 1)} k \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{(1 \times m)} + \left\{ \frac{\partial N}{\partial y} \right\}_{(m \times 1)} k \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{(1 \times m)} \right) \\
 & d\Omega \{T\}_{(m \times 1)} - \int_{(e)} \rho_f c_{pf} \phi u \{N\}_{(m \times 1)} \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]_{(1 \times m)} d\Omega \{T\}_{(m \times 1)} - \int_{(e)} \rho_f c_{pf} \phi v \{N\}_{(m \times 1)} \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]_{(1 \times m)} d\Omega \{T\}_{(m \times 1)} \\
 & - \int_{(e)} \rho_f c_{pf} \sigma \{N\}_{(m \times 1)} \left[\frac{\partial N}{\partial t} \right]_{(1 \times m)} d\Omega \{T\}_{(m \times 1)} + \int_{(e)} q''' \{N\}_{(m \times 1)} d\Omega = 0
 \end{aligned} \tag{59}$$

จากสมการที่ 58 สำหรับเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า สามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial y} \end{bmatrix} \{T(t)\} \\ &= [B(x, y)] \{T(t)\} \end{aligned} \quad 60$$

โดยที่ $[B(x, y)]$ เป็นเมทริกซ์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความชันของอุณหภูมิในทิศทาง x และทิศทาง y กับอุณหภูมิที่จุดต่อต่าง ๆ

ดังนั้น เมื่อเราแทนสมการที่ 60 ลงในสมการที่ 59 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \int_{(e)} h T_\alpha \{N\}_{(mx1)} d\Gamma - \int_{(e)} h \{N\}_{(mx1)} [N]_{(1xm)} d\Gamma \{T\}_{(mx1)} - \int_{\Omega(e)} [B]^T k [B] d\Omega \{T\}_{(mx1)} \\ - \int_{\Omega(e)} \rho_f c_{pf} \phi \{N\}_{(mx1)} [u \ v]_{(1x2)} [B]_{(2xm)} d\Omega \{T\}_{(mx1)} - \int_{\Omega(e)} \rho_f c_{pf} \sigma \{N\}_{(mx1)} [N]_{(1xm)} d\Omega \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\}_{(mx1)} \\ + \int_{\Omega(e)} q''' \{N\}_{(mx1)} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad 61$$

หรือ

$$[C] \{T\} + ([K_c] + [K_h] + [K_v]) \{T\} = \{Q_q\} + \{Q_h\} \quad 62$$

โดยที่

$$\begin{aligned} [C] &\text{ เป็นเมทริกซ์ความจุความร้อน (Capacitance Matrix)} \\ &= \int_{\Omega(e)} \rho_f c_{pf} \sigma \{N\} [N] d\Omega \end{aligned} \quad 63$$

$$\begin{aligned} [K_c] &\text{ เป็นเมทริกซ์การนำความร้อน (Conduction Matrix)} \\ &= \int_{\Omega(e)} [B]^T k [B] d\Omega \end{aligned} \quad 64$$

$$\begin{aligned} [K_h] &\text{ เป็นเมทริกซ์การพาความร้อน (Convection Matrix)} \\ &= \int_{(e)} h \{N\} [N] d\Gamma \end{aligned} \quad 65$$

$$\begin{aligned} [K_v] &\text{ เป็นเมทริกซ์การพาความร้อนเนื่องจากการไหลของของเหลว} \\ &= \int_{\Omega(e)} \rho_f c_{pf} \phi \{N\} [u \ v] [B] d\Omega \end{aligned} \quad 66$$

$\{T\}$ เป็นเวกเตอร์ของอุณหภูมิที่จุดต่อ (Vector of Nodal Temperature)

$$\begin{aligned}
 [Q_Q] & \text{ เป็นโหลดเวกเตอร์ความร้อนที่ผลิตขึ้นเอง (Heat Generation Load Vector)} \\
 & = \int_{(e)} q'' \{N\} d\Omega
 \end{aligned} \tag{67}$$

$$\begin{aligned}
 [Q_h] & \text{ เป็นโหลดเวกเตอร์การพาความร้อน (Convection Load Vector)} \\
 & = \int_{(e)} h T_\alpha \{N\} d\Gamma
 \end{aligned} \tag{68}$$

ในการคำนวณหาเอลิเมนต์เมตริกซ์ เพื่อลดความยุ่งยากในขั้นตอนการคำนวณบนเอลิเมนต์ที่มีรูปสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า ดังนั้นเราต้องทำการเปลี่ยนเป็นเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเสียก่อน โดยการสมมุติลักษณะการกระจายของอุณหภูมิบนเอลิเมนต์ ดังนี้

$$\begin{aligned}
 T & = N_1 T_1 + N_2 T_2 + N_3 T_3 + N_4 T_4 \\
 & = \underbrace{[N(\xi, \eta)]}_{(1 \times 4)} \underbrace{\{T\}}_{(4 \times 1)}
 \end{aligned} \tag{69}$$

ส่วนความชันของการกระจายอุณหภูมิในทิศทาง ξ และทิศทาง η ต้องประยุกต์ใช้กฎลูกโซ่ (Chain Rule) โดยมีรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \tag{70}$$

และ

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \tag{71}$$

จากสมการที่ 70 และสมการที่ 71 สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \xi} \\ \frac{\partial T}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{Bmatrix}_{(2 \times 2)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} = \begin{Bmatrix} \sum_{i=1}^4 x_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & \sum_{i=1}^4 y_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \sum_{i=1}^4 x_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \sum_{i=1}^4 y_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}_{(2 \times 2)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} \tag{72}$$

หรือ

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \xi} \\ \frac{\partial T}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \underbrace{[j]}_{(2 \times 2)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial T} \\ \frac{\partial y}{\partial T} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} = \begin{Bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{Bmatrix}_{(2 \times 2)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial x}{\partial T} \\ \frac{\partial y}{\partial T} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} \tag{73}$$

โดยที่ $[j]$ คือเมตริกซ์ยาโคบี (Jacobian Matrix)

ดังนั้นจากสมการที่ 73 สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} = [j]_{(2 \times 2)}^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \xi} \\ \frac{\partial T}{\partial \eta} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} = \frac{1}{|j|} \begin{bmatrix} j_{22} & -j_{12} \\ -j_{21} & j_{11} \end{bmatrix}_{(2 \times 2)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial \xi} \\ \frac{\partial T}{\partial \eta} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} \quad 74$$

โดยที่ $[j]^{-1}$ คือเมตริกซ์ผกผันจาโคบี (Inverse Jacobian Matrix)

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \end{Bmatrix}_{(2 \times 1)} &= \frac{1}{|j|} \begin{bmatrix} j_{22} & -j_{12} \\ -j_{21} & j_{11} \end{bmatrix}_{(2 \times 2)} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix}_{(2 \times 4)} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{Bmatrix}_{(4 \times 1)} \\ &= [B(\xi, \eta)]_{2 \times 4} \{T(t)\}_{4 \times 1} \end{aligned} \quad 75$$

ดังนั้นเมตริกซ์ $[B(\xi, \eta)]$ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความชันของอุณหภูมิในทิศทาง ξ และทิศทาง η กับอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ก็คือ

$$[B(\xi, \eta)] = \frac{1}{|j|} \begin{bmatrix} j_{22} & -j_{12} \\ -j_{21} & j_{11} \end{bmatrix}_{(2 \times 2)} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix}_{(2 \times 4)} \quad 76$$

และจากสมการที่ 62 ซึ่งเป็นไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ในพิกัด $x - y$ โดยหลังจากเปลี่ยนมาเป็นพิกัด $\xi - \eta$ แล้ว สามารถเขียนได้ดังนี้

$$[C]\{\dot{T}\} + ([K_c] + [K_h] + [K_v])\{T\} = \{Q_q\} + \{Q_h\} \quad 77$$

โดยที่

$$[C] = \int_1^1 \int_1^1 \rho_f c_{pf} \sigma \{N(\xi, \eta)\}_{(4 \times 1)} [N(\xi, \eta)]_{(1 \times 4)} j |d\xi d\eta \quad 78$$

$$[K_c] = \int_1^1 \int_1^1 [B(\xi, \eta)]_{(4 \times 2)}^T k [B(\xi, \eta)]_{(2 \times 4)} j |d\xi d\eta \quad 79$$



$$[K_h] = \int_{-1}^1 h \{N(\xi, \eta)\}_{(4 \times 1)} [N(\xi, \eta)]_{(1 \times 4)} |j| d\eta \quad 80$$

$$[K_v] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho_f c_{pf} \phi \{N(\xi, \eta)\}_{(4 \times 1)} [u \ v]_{(1 \times 2)} [B(\xi, \eta)]_{(2 \times 4)} |j| d\xi d\eta \quad 81$$

$$[Q_Q] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 q'' \{N(\xi, \eta)\}_{(4 \times 1)} |j| d\xi d\eta \quad 82$$

$$[Q_h] = \int_{-1}^1 h T_a \{N(\xi, \eta)\}_{(4 \times 1)} |j| d\eta \quad 83$$

จากสมการที่ 78 – 83 เราสามารถใช้สูตรอินทิเกรตของเกาส์ - เลอจองด์ (Gauss – Legendre Integration Formulas) เพื่อหาผลลัพธ์ของไฟไนต์เอลิเมนต์เมทริกซ์ของการถ่ายเทความร้อน โดยมีรูปแบบดังนี้

$$[C] = \sum_{i=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_i W_j \rho_f c_{pf} \sigma \{N(\xi_i, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} [N(\xi_i, \eta_j)]_{(1 \times 4)} |j(\xi_i, \eta_j)| \quad 84$$

$$[K_c] = \sum_{i=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_i W_j [B(\xi_i, \eta_j)]_{(4 \times 2)}^T k [B(\xi_i, \eta_j)]_{(2 \times 4)} |j(\xi_i, \eta_j)| \quad 85$$

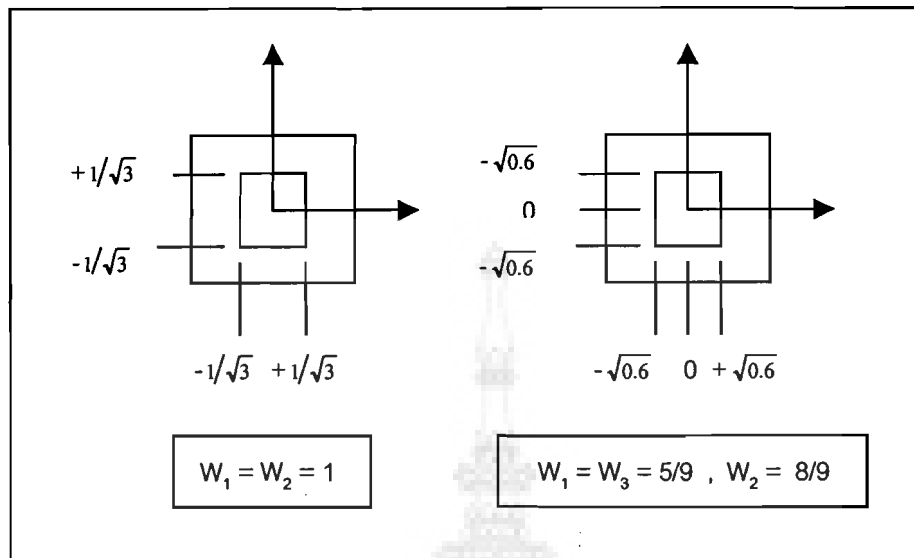
$$[K_h] = \sum_{j=1}^{NG} W_j h \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} [N(\xi, \eta_j)]_{(1 \times 4)} |j(\xi, \eta_j)| \quad 86$$

$$[K_v] = \sum_{i=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_i W_j \rho_f c_{pf} \phi \{N(\xi_i, \eta_j)\}_{(1 \times 4)} [u \ v]_{(1 \times 2)} [B(\xi_i, \eta_j)]_{(2 \times 4)} |j(\xi_i, \eta_j)| \quad 87$$

$$[Q_Q] = \sum_{i=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_i W_j q'' \{N(\xi_i, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} |j(\xi_i, \eta_j)| \quad 88$$

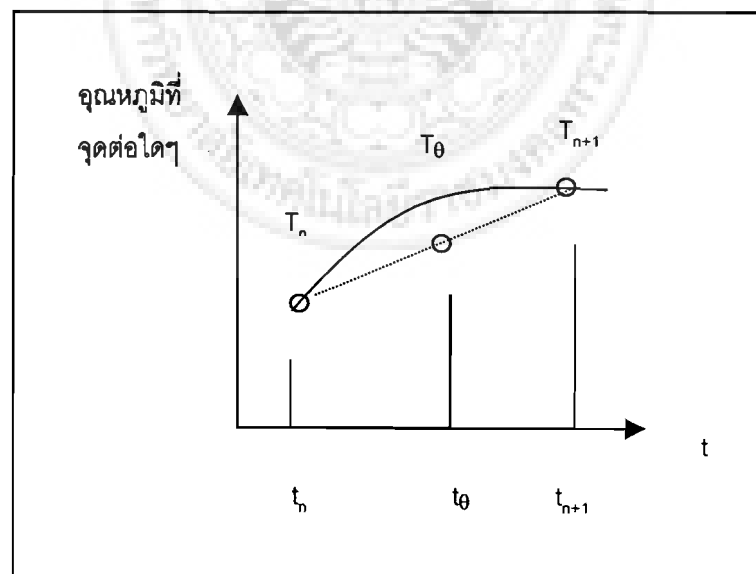
$$[Q_h] = \sum_{j=1}^{NG} W_j h T_a \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} |j(\xi, \eta_j)| \quad 89$$

โดยที่ W_i , W_j แทนน้ำหนัก และ ξ_i , η_j แทนตำแหน่งของจุดเกาส์ต่างๆ ที่สอดคล้องกับจำนวนของจุดเกาส์ (Number of Gauss Point)



ภาพที่ 8 แสดงตำแหน่งของจุดเกาส์สำหรับการอินทิเกรตที่ใช้จำนวนจุดเกาส์ต่างๆ

สำหรับปัญหาเชิงเส้นในสถานะชั่วคราวนั้น วิธีที่นิยมใช้ในการแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ก็คือ วิธีของความสัมพันธ์เวียนบังเกิด (Recurrence Relations) โดยที่เวลา t_n นั้น เรารู้อุณหภูมิ T_n จากนั้นเราจะใช้ช่วงเวลา (Time Step) Δt เพื่อคำนวณหา T_{n+1} ที่เวลา t_{n+1} ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังภาพที่ 9



ภาพที่ 9 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อใดๆ กับเวลา

จากสมการที่ 77 สำหรับสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เวลา t_0 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$[C] \{\dot{T}\}_\theta + ([K_c] + [K_h] + [K_v]) \{T\}_\theta = (\{Q_q\} + \{Q_h\})_\theta \quad 90$$

ดังนั้นเวกเตอร์ของความชันของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ที่เวลา t_0 คือ

$$\{\dot{T}\}_\theta \cong \frac{\{T\}_{n+1} - \{T\}_n}{\Delta t} \quad 91$$

สำหรับเวกเตอร์ของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ที่เวลา t_0 ก็คือ

$$\{T\}_\theta \cong (1 - \theta)\{T\}_n + \theta\{T\}_{n+1} \quad 92$$

และทำนองเดียวกันโหลดเวกเตอร์ (Load Vector) ที่เวลา t_0 ก็คือ

$$(\{Q_q\} + \{Q_h\})_\theta \cong (1 - \theta)(\{Q_q\} + \{Q_h\})_n + \theta(\{Q_q\} + \{Q_h\})_{n+1} \quad 93$$

แทนสมการที่ 91-93 ลงในสมการที่ 90 โดยให้เวกเตอร์ของอุณหภูมิที่ไม่รู้ค่าอยู่ทางซ้ายสมการ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\Delta t} [C] + \theta([K_c] + [K_h] + [K_v]) \right) \{T\}_{n+1} = & \left(\frac{1}{\Delta t} [C] - (1 - \theta)([K_c] + [K_h] + [K_v]) \right) \\ & \{T\}_n + (1 - \theta)(\{Q_q\} + \{Q_h\})_n \\ & + \theta(\{Q_q\} + \{Q_h\})_{n+1} \end{aligned} \quad 94$$

จะเห็นได้ว่าลักษณะของผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้สมการรวมของระบบนี้จะขึ้นอยู่กับค่า θ ที่เลือกใช้ โดยมีชื่อเรียกย่อต่อไปนี้

วิธีการที่	ค่า θ	ชื่อเรียก
1	0	ออยเลอร์ (Euler)
2	1/2	แครังก์-นิโคลสัน (Crank Nicolson)
3	2/3	กาลเอร์กิน (Galerkin)
4	1	ผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (Backward Difference)

การเลือกช่วงเวลา Δt นั้นจะมีผลต่อการคำนวณเป็นอย่างมาก การเลือกช่วงเวลา Δt ที่ต่ำเกินไปถึงแม้จะได้ผลลัพธ์ที่ค่อนข้างแม่นยำ แต่ก็เสียเวลาที่ใช้เวลาในการคำนวณเป็นอย่างมาก โดยเฉพาะกรณีที่แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยจุดต่อที่มีจำนวนมาก ในทางตรงกันข้าม การใช้ช่วงเวลา Δt ที่สูงมากเกินไป จะก่อให้เกิดผลลัพธ์ที่คลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริงและยิ่งไปกว่านั้นอาจพบว่าผลลัพธ์ของอุณหภูมินั้นจะมีลักษณะขึ้นลงโดยสั่น (Oscillation) เป็นรูปฟันปลาที่แปรผันตามเวลา โดยแต่ละวิธีการจะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างๆ กันไป ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว เราไม่สามารถบอกได้ว่าควรเลือกใช้วิธีการใด เพราะในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งจะขึ้นกับปัจจัยหลายๆ อย่าง เช่น ความซับซ้อนของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ จำนวนจุดต่อทั้งหมดในแบบจำลองเอลิเมนต์นั้น ปริมาณหน่วยความจำและความเร็วของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ทำงานอยู่นอกจากนั้นยังรวมไปถึงจำนวนเวลาที่คอมพิวเตอร์ใช้ในการคำนวณแก้ปัญหา ดังนั้นเราควรทดลองใช้วิธีการต่างๆ ที่มีความเหมาะสมกับปัญหาที่เราต้องการ

คุณสมบัติของอากาศชื้น

อากาศชื้น (Moist Air) หรืออากาศในบรรยากาศ (Atmospheric Air) เป็นก๊าซผสมอุดมคติที่ประกอบด้วยอากาศแห้ง (Dry Air) และไอน้ำความดันต่ำ (Water Vapor) โดยในส่วนของอากาศแห้งประกอบด้วยไนโตรเจน 78.10 % ออกซิเจน 20.95 % อาร์กอน 0.92 % โดยโมล ที่เหลือเป็นก๊าซอื่น ๆ ดังนั้นเมื่อพิจารณาอากาศชื้นเป็นก๊าซอุดมคติ จะเห็นได้ว่าความดันของอากาศชื้น (P) จะมีค่าเท่ากับความดันย่อยของอากาศแห้ง (P_a) รวมกับความดันย่อยของไอน้ำ (P_v) นั่นเอง

$$P = P_a + P_v \quad 95$$

โดยที่ P_a คือความดันในส่วนที่กระทำโดยโมเลกุลของอากาศแห้งที่มีอยู่ในอากาศชื้น
 P_v คือความดันในส่วนที่กระทำโดยโมเลกุลของไอน้ำที่มีอยู่ในอากาศชื้น

อัตราส่วนของความชื้น (ω) หมายถึงมวลของไอน้ำที่มีอยู่ในอากาศชื้นต่อหนึ่งหน่วยมวลของอากาศแห้ง

$$\omega = \frac{m_v}{m_a} = \frac{P_v V / R_v T}{P_a V / R_a T} = \frac{P_v R_a}{P_a R_v}$$

โดยที่ $R_a = 0.287 \text{ kJ / kg.K}$ และ $R_v = 0.461 \text{ kJ / kg.K}$

ดังนั้นจะได้

$$\omega = 0.622 \frac{P_v}{P_a} = 0.622 \frac{P_v}{P - P_v} \quad 96$$

ความชื้นสัมพัทธ์ (ϕ) หมายถึงอัตราส่วนของมวลไอน้ำในอากาศต่อมวลไอน้ำสูงสุดในอากาศอิ่มตัวที่อุณหภูมิเดียวกัน

$$\phi = \frac{m_v}{m_g} = \frac{P_v V / R_v T}{P_g V / R_v T} = \frac{P_v}{P_g} \quad 97$$

โดยที่ $P_g = P_{sat@T}$

จะเห็นว่าความชื้นสัมพัทธ์ก็คืออัตราส่วนของความดันไอของไอน้ำในอากาศต่อความดันไอของไอน้ำในอากาศอิ่มตัวที่อุณหภูมิเดียวกัน นั่นเอง

จากสมการที่ 96 และสมการที่ 97 จะได้

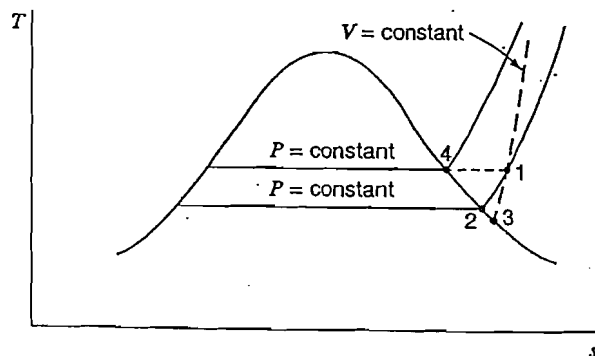
$$\phi = \frac{\omega P}{(0.622 + \omega) P_g} \quad 98$$

และ

$$\omega = \frac{0.622 \phi P_g}{P - \phi P_g} = \frac{0.622 P_v}{P - P_v} \quad 99$$

อุณหภูมิจุดน้ำค้าง (T_{dp}) หมายถึงอุณหภูมิที่ไอน้ำในอากาศเริ่มควบแน่น พิจารณาจากภาพที่ 10 จากสถานะเริ่มต้น (จุด 1) อากาศชื้นถูกทำให้เย็นลงภายใต้ความดันคงที่จนกระทั่งถึงจุด 2 ซึ่งเป็นสถานะที่ไอน้ำในอากาศเริ่มควบแน่นพอดี อุณหภูมิของไอน้ำที่จุด 2 ก็คืออุณหภูมิจุดน้ำค้าง นั่นเอง

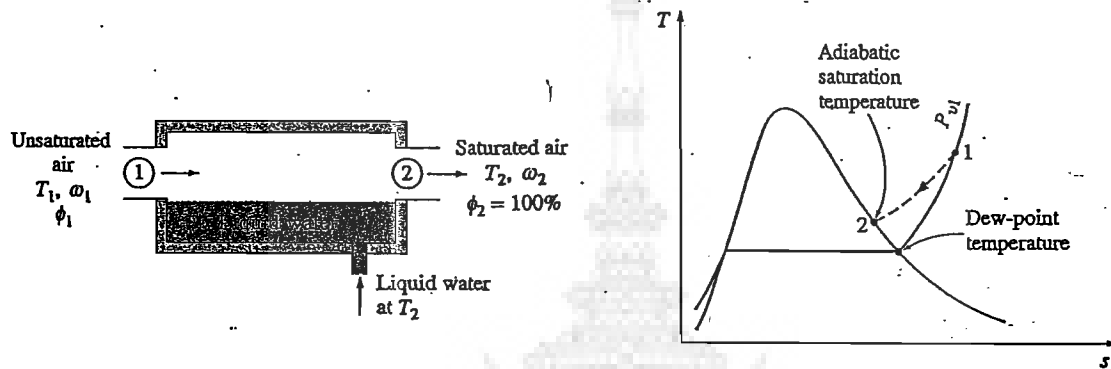
$$T_{dp} = T_{sat@P_v} \quad 100$$



ภาพที่ 10 แสดงการทำให้อากาศเย็นตัวลงภายใต้ความดันคงที่จนถึงอุณหภูมิจุดน้ำค้าง

อุณหภูมิกระเปาะแห้ง (T, T_{db}) หมายถึงอุณหภูมิของอากาศชื้นที่สามารถวัดได้จากเทอร์โมมิเตอร์แบบธรรมดา

กระบวนการอิมต์วแบบแอเดียแบติก เป็นกระบวนการที่สามารถหาค่าอัตราส่วนของความชื้นหรือความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศได้



ภาพที่ 11 แสดงกระบวนการอิมต์วแบบแอเดียแบติกและแผนภาพอุณหภูมิ-เอนโทรปี

จากกฎอนุรักษ์มวลสาร

สำหรับมวลของอากาศแห้ง

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \quad 101$$

สำหรับมวลของไอน้ำ

$$\begin{aligned} \dot{m}_{v1} + \dot{m}_w &= \dot{m}_{v2} \\ \dot{m}_w &= (\dot{m}_{v2} - \dot{m}_{v1}) \\ \dot{m}_w &= \dot{m}_a(\omega_2 - \omega_1) \end{aligned} \quad 102$$

จากกฎอนุรักษ์พลังงาน

$$\begin{aligned} \sum \dot{m}_i h_i &= \sum \dot{m}_e h_e \\ \dot{m}_a h_1 + \dot{m}_w h_{f_2} &= \dot{m}_a h_2 \\ \dot{m}_a h_1 + \dot{m}_a(\omega_2 - \omega_1) h_{f_2} &= \dot{m}_a h_2 \\ h_1 + (\omega_2 - \omega_1) h_{f_2} &= h_2 \\ (C_{po} T_1 + \omega_1 h_{g_1}) + (\omega_2 - \omega_1) h_{f_2} &= (C_{po} T_2 + \omega_2 h_{g_2}) \end{aligned}$$

$$\omega_1 = \frac{C_{ps}(T_2 - T_1) + \omega_2 h_{fg_2}}{h_{g_1} - h_{f_2}} \quad 103$$

โดยที่ $\omega_2 = 0.622 \frac{P_{g_2}}{P_2 - P_{g_2}}$

อุณหภูมิกระเปาะเปียก (T_{wb}) หมายถึง หมายถึงอุณหภูมิของอากาศชื้นที่สามารถวัดได้จากเทอร์โมมิเตอร์ที่มีสำลีสัมผัสอยู่ (Sling Psychrometer) โดยทั่วไปอุณหภูมิอิ่มตัวแอเดียแบติกและอุณหภูมิกระเปาะเปียกจะมีค่าไม่เท่ากัน แต่สำหรับที่ความดันบรรยากาศค่าอุณหภูมิทั้งสองจะมีค่าโดยประมาณใกล้เคียงกัน

เอนทาลปีของอากาศชื้น (H) คือผลรวมระหว่างเอนทาลปีของอากาศแห้งและเอนทาลปีของไอน้ำ

$$H = H_a + H_v = m_a h_a + m_v h_v \quad 104$$

หรือ

$$h = h_a + \omega h_v$$

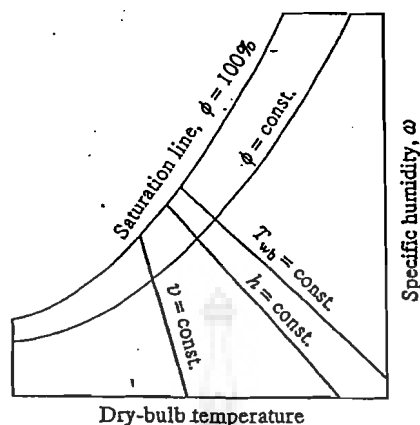
โดยที่ $h_a = C_{pa} T = 1.0035T$

$$h_v = h_{g@0^\circ C} + C_{ps} T = 2501.3 + 1.88T$$

ดังนั้น

$$h = 1.0035T + \omega(2501.3 + 1.88T) \quad 105$$

นอกจากการหาคณสมบัติของอากาศชื้นดังกล่าว ยังสามารถหาได้จากแผนภูมิไซโครเมตริก (Psychrometric Chart) โดยแผนภูมิไซโครเมตริกประกอบด้วยเส้นกราฟต่าง ๆ ดังแสดงในภาพที่ 12



ภาพที่ 12 แสดงเส้นกราฟต่าง ๆ บนแผนภูมิไซโครเมตริก

โดยที่ T คือ เส้นอุณหภูมิกระเปาะแห้ง

T_{wb} คือ เส้นอุณหภูมิกระเปาะเปียก

ω คือ เส้นปริมาณน้ำพา

ϕ คือ เส้นอัตราส่วนความชื้น

h คือ เส้นเอนทาลปีจำเพาะ

T_{dp} คือ อุณหภูมิจุดน้ำค้าง

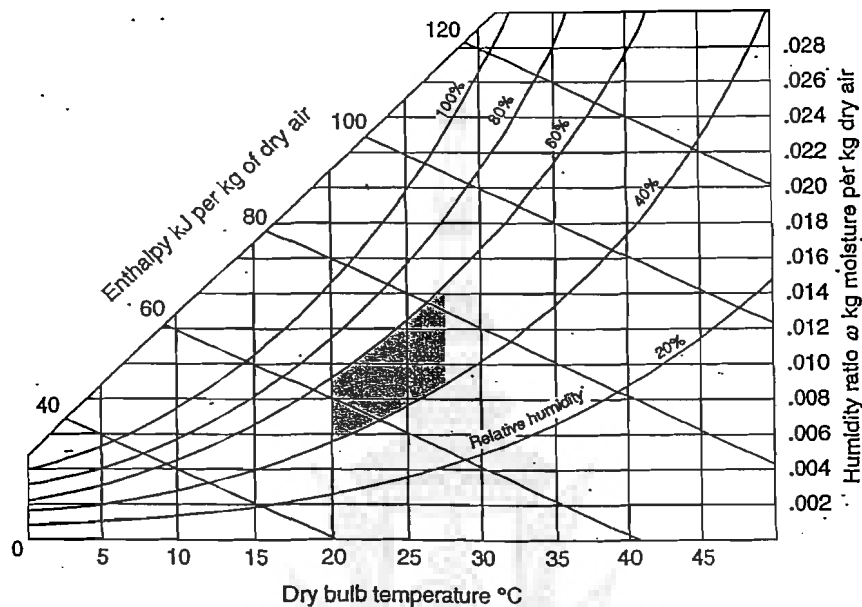
โดยในการใช้แผนภูมิไซโครเมตริกเพื่อหาคุณสมบัติของอากาศขึ้นที่ความต้องการจำเป็นต้องทราบสถานะของอากาศขึ้นซึ่งจะกำหนดด้วยคุณสมบัติอิสระ 2 อย่าง เช่น อุณหภูมิกระเปาะแห้งกับอัตราส่วนความชื้น, อุณหภูมิกระเปาะแห้งกับอุณหภูมิกระเปาะเปียก, อุณหภูมิกระเปาะแห้งกับความชื้นสัมพัทธ์ เป็นต้น ซึ่งสามารถอ่านได้โดยตรงจากแผนภูมิไซโครเมตริกนั่นเอง

กระบวนการปรับอากาศ

กระบวนการปรับอากาศ เป็นการควบคุมสถานะของอากาศให้เหมาะสมกับสภาพต่าง ๆ ตามต้องการ โดยสามารถแบ่งประเภทของกระบวนการปรับอากาศได้ดังนี้

1. กระบวนการให้ความร้อน
2. กระบวนการทำความเย็น
3. กระบวนการเพิ่มความชื้น
4. กระบวนการลดความชื้น

5. กระบวนการให้ความร้อนพร้อมด้วยการเพิ่มความชื้น
6. กระบวนการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้น



ภาพที่ 13 แสดงกระบวนการปรับอากาศ

การพิจารณากระบวนการต่างๆ ของการปรับอากาศจะพิจารณาเป็นแบบกระบวนการสภาวะคงตัว-การไหลคงตัว ดังนั้นจากกฎอนุรักษ์มวลสารและกฎอนุรักษ์พลังงาน จะได้

มวลของอากาศแห้ง

$$\Sigma \dot{m}_{a,i} = \Sigma \dot{m}_{a,e} \quad 106$$

มวลของไอน้ำ

$$\Sigma \dot{m}_{w,i} = \Sigma \dot{m}_{w,e} \quad 107$$

หรือ

$$\Sigma \dot{m}_{a,i} \omega_i = \Sigma \dot{m}_{a,e} \omega_e \quad 108$$

พลังงาน

$$\dot{Q} - \dot{W} = \Sigma \dot{m}_e h_e - \Sigma \dot{m}_i h_i \quad 109$$

กระบวนการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้น

พิจารณาจากภาพที่ 14 และภาพที่ 15 กระบวนการดังกล่าว จะทำให้อากาศมีอุณหภูมิ กระเปาะแห้งลดลง ($T_{db2} < T_{db1}$) และอัตราส่วนความชื้นลดลงด้วย ($\omega_2 < \omega_1$) นั่นคือจะมีการเปลี่ยนแปลงทั้งปริมาณความร้อนสัมผัสปริมาณความร้อนแฝง (อุณหภูมิและความชื้นลดลง) จากกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ สำหรับกระบวนการสภาวะคงตัว-การไหลคงตัว (กระบวนการ SSSF) ดังนั้นจะได้

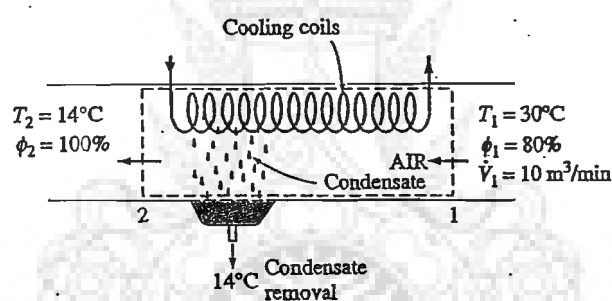
$$\dot{Q}_t = \dot{Q}_s + \dot{Q}_l$$

110

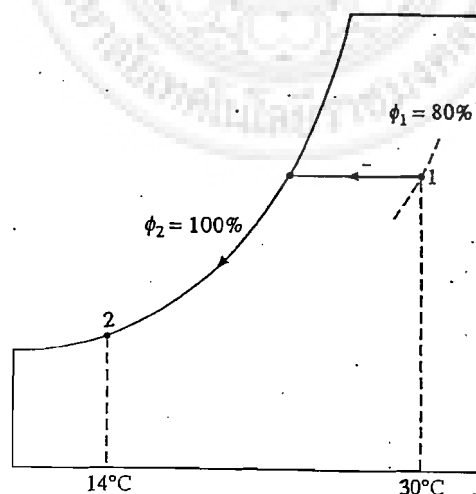
โดยที่

$$\dot{Q}_s = \dot{m}_a C_p (T_1 - T_2) = \dot{m}_a (h_a - h_2)$$

$$\dot{Q}_l = \dot{m}_a (\omega_1 - \omega_2) h_{g@0^\circ\text{C}} = \dot{m}_a (h_1 - h_a)$$



ภาพที่ 14 แสดงการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้น



ภาพที่ 15 แสดงกระบวนการทำความเย็นพร้อมด้วยการลดความชื้นบนแผนภูมิไซโครเมตริก

บทที่ 3

วิธีการวิจัย

การดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยนี้มีจุดประสงค์เพื่อศึกษาการถ่ายโอนความร้อนภายในชุดท่อทำความเย็นแบบเชิงเส้นสถานะชั่วครู่ โดยเลือกวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) ในการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณของอุณหภูมิ โดยทำการเขียนโปรแกรมหาค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในชุดท่อทำความเย็น จากนั้นนำข้อมูลที่ได้นมาเปรียบเทียบและวิเคราะห์ผล

การสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น

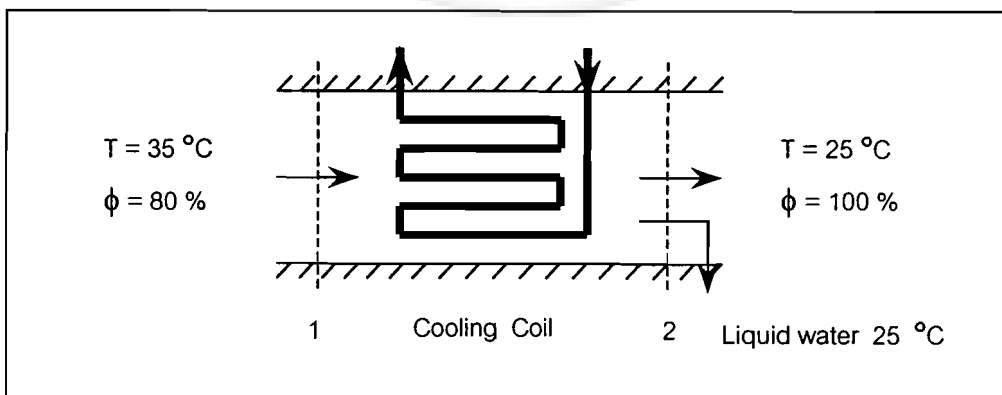
การดำเนินการสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็นประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

3.1 การศึกษาข้อมูลการสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น

ในการดำเนินการสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น จำเป็นต้องทำการศึกษาข้อมูลต่างๆ ที่ระบบต้องการ เช่น ข้อมูลเกี่ยวกับคุณสมบัติของอากาศ ข้อมูลเกี่ยวกับชุดท่อทำความเย็น ข้อมูลเกี่ยวกับอุปกรณ์ต่างๆ ในระบบ และข้อมูลเกี่ยวกับระบบไฟฟ้าควบคุม เป็นต้น

3.2 การออกแบบสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น

หลังจากที่ได้ศึกษาข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวข้องแล้ว ขั้นตอนต่อไปเป็นการออกแบบสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น โดยเริ่มจากการคำนวณหาภาระการทำความเย็น แล้วกำหนดขนาดชุดท่อทำความเย็น จากนั้นออกแบบและคำนวณหาขนาดของอุปกรณ์ต่างๆ ในส่วนที่เหลือ และกำหนดตำแหน่งติดตั้งของอุปกรณ์ที่เหมาะสม



ภาพที่ 16 แสดงหลักการทำงานและลดความชื้น

กำหนดให้ อุณหภูมิอากาศที่ทางเข้า $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ ความชื้นสัมพัทธ์ 80 % และอุณหภูมิอากาศที่ทางออก $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ความชื้นสัมพัทธ์ 100 %

สถานะที่ 1 อากาศทางเข้า

$$P_{v1} = \phi_1 P_{g1} = 0.80 \times 5.628 = 4.50 \text{ kPa}$$

$$P_{a1} = P - P_{v1} = 101.325 - 4.50 = 96.825 \text{ kPa}$$

$$\omega_1 = 0.622 \frac{P_{v1}}{P_{a1}} = 0.622 \frac{4.50}{96.825} = 0.0289 \frac{\text{kgv}}{\text{kg a}}$$

สถานะที่ 2 อากาศทางออก

$$P_{v2} = \phi_2 P_{g2} = 1.00 \times 3.169 = 3.169 \text{ kPa}$$

$$P_{a2} = P - P_{v2} = 100 - 3.169 = 96.831 \text{ kPa}$$

$$\omega_2 = 0.622 \frac{P_{v2}}{P_{a2}} = 0.622 \frac{3.169}{96.831} = 0.0203 \frac{\text{kgv}}{\text{kg a}}$$

จากกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์

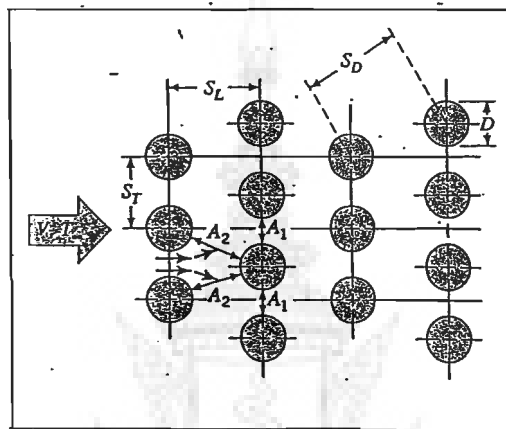
$$\dot{Q}_{cv} + \sum \dot{m}_i h_i = \sum \dot{m}_e h_e$$

$$\dot{Q}_{cv} / \dot{m}_a = C_{pa}(T_2 - T_1) + \omega_2 h_{v2} - \omega_1 h_{v1} + (\omega_{v1} - \omega_{v2}) h_{l2}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{cv} / \dot{m}_a &= (1.005)(25 - 35) + 0.0203(2547.17) - 0.0289(2565.28) \\ &\quad + (0.0289 - 0.0203)(104.87) \\ &= -31.57 \text{ kJ / kg} \end{aligned}$$

จากการเลือกใช้คอนเดนซิ่งยูนิตรุ่น AW5515EK ที่ใช้สารทำความเย็น R-22 เป็นสารตัวกลาง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกระบอกสูบ 39.57 มิลลิเมตร ระยะชัก 12.55 มิลลิเมตร ความเร็วรอบ 2,850 รอบต่อนาที ใช้กับไฟฟ้า 1 เฟส 220 โวลต์ 50 เฮริทซ์ ดังนั้นในการเลือกใช้เอ็กแพนชันวาล์ว จากข้อมูลขนาดของคอนเดนซิ่งยูนิตและสารทำความเย็น R-22 ที่ได้เลือกไว้ข้างต้น จึงเลือกใช้เอ็กแพนชันวาล์วแบบ (Thermostatic Expansion Valve) GA-1.5 ซึ่งเป็นอุปกรณ์ควบคุมการไหลของสารทำความเย็น โดยการทำงานจะเป็นการควบคุมรูปเปอร์สิดที่ทางท่อดูดตรงทางออกของอีวาพอเรเตอร์ ซึ่งการทำงานในลักษณะนี้จะให้ค่าความสามารถในการทำความเย็นคงที่แม้ภาระ

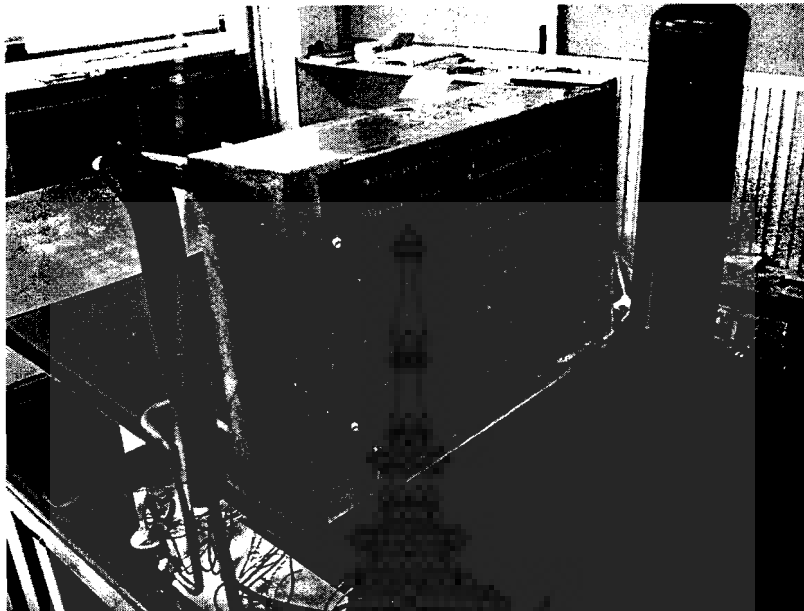
ของเครื่องจะมีการเปลี่ยนแปลง สำหรับชุดท่อทำความเย็นเลือกใช้ชุดท่อ (Tube) ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 มิลลิเมตร โดยกำหนดให้ลักษณะของกลุ่มท่อ (Tube) ภายในจัดวางเรียงแบบแนวเหลี่ยมกัน S_T มีค่าเท่ากับ 25 มิลลิเมตร และ S_L มีค่าเท่ากับ 25 มิลลิเมตร ส่วนค่า N_T มีค่าเท่ากับ 6 และค่า N_L มีค่าเท่ากับ 5 และมีแผ่นครีบน้ำหนั 350x80x282.5 มิลลิเมตร จัดวางเรียงกันตามแนวความยาว โดยมีระยะห่าง 6 ครีบน้ำหนั



ภาพที่ 17 แสดงการจัดเรียงกลุ่มท่อ

3.3 การสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น

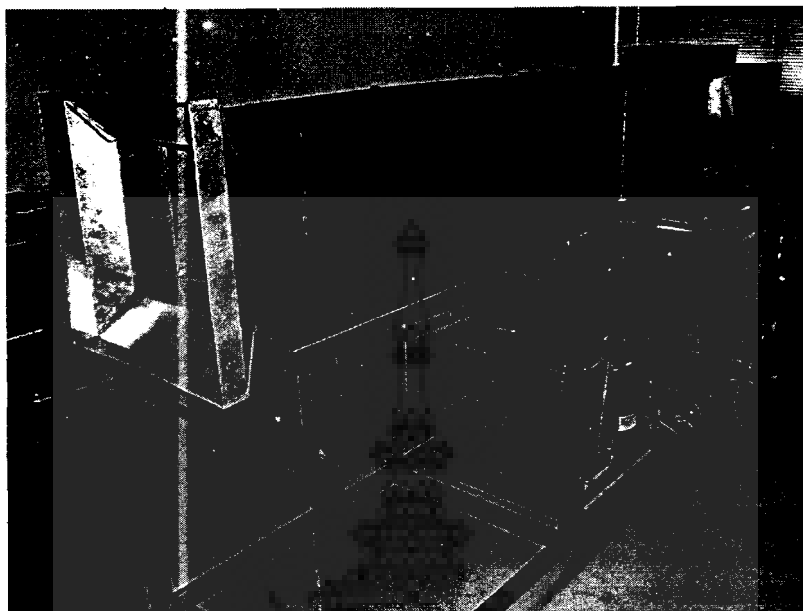
การดำเนินการสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น เริ่มจากการสร้างโครงสร้าง จากนั้นติดตั้งอุปกรณ์ต่างๆ ตามแบบที่กำหนดไว้ จากนั้นทำการเดินระบบท่อทำความเย็น ระบบไฟฟ้า ควบคุม ตรวจสอบการรั่วของระบบ จากนั้นจึงทำการเดินสารทำความเย็นเป็นขั้นตอนสุดท้ายก่อนนำเครื่องไปทดสอบ



ภาพที่ 18 แสดงขดท่อทำความเย็น (Cooling Coil)



ภาพที่ 19 แสดงท่อลม (Duct)



ภาพที่ 20 แสดงชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็น

3.4 การทดสอบการทำงานของระบบทำความเย็น

หลังจากทำการสร้างชุดทดสอบชุดท่อทำความเย็นเสร็จเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการดำเนินการทดสอบการทำงานของระบบทำความเย็น ซึ่งเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของการทำงานและการวิเคราะห์ความสมบูรณ์ของระบบ

ตารางที่ 1 แสดงการวิเคราะห์การทำงานของระบบทำความเย็น

ด้านส่ง (Liquid Line)	ความดัน (psi)	250
	อุณหภูมิอิ่มตัว (°F)	117
	อุณหภูมิ (°F)	107
	หับคลุม (°F)	10
ด้านดูด (Suction Line)	ความดัน (psi)	50
	อุณหภูมิอิ่มตัว (°F)	26
	อุณหภูมิ (°F)	38
	ซูเปอร์ฮีต (°F)	12
กระแสไฟฟ้า	แอมแปร์ (Amp)	7

สมมติฐานและข้อกำหนดสำหรับการวิจัย

สมมติฐานและข้อกำหนดสำหรับการวิจัยมีดังนี้

1. ไม่มีการถ่ายเทความร้อนระหว่างขดท่อทำความเย็นกับสิ่งแวดล้อม โดยผนังโดยรอบเป็นฉนวน (Adiabatic Wall) ไม่มีการสูญเสียความร้อน
2. พิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตามเวลา
3. คุณสมบัติของขดท่อทำความเย็นมีค่าคงที่ในช่วงเวลาที่กำลังพิจารณา
4. สมการในการวิเคราะห์หาค่าอุณหภูมิ เป็นสมการของพลังงานสำหรับวัสดุพหุที่มีการเคลื่อนที่ของของเหลว
5. พิจารณาคุณสมบัติของขดท่อทำความเย็นเป็นแบบเนื้อเดียวกันตลอด (Homogeneous Material) และมีคุณสมบัติเหมือนกันตลอดทุกทิศทาง (Isotropic Material)
6. ไม่พิจารณาการพาความร้อนโดยอิสระ ซึ่งเกิดจากการเคลื่อนที่ของของไหลภายใต้แรงลอยตัวที่เพิ่มขึ้น อันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่น
7. ไม่พิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงมวลความชื้น ขณะที่มีการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ

ข้อมูลจำเพาะสำหรับการวิจัย

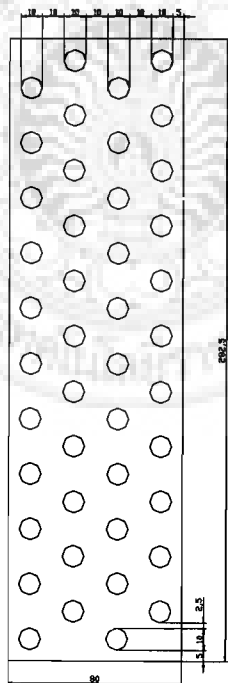
- เส้นผ่านศูนย์กลางขดท่อทำความเย็น	=	10 mm.
- ความกว้างของแบบจำลองขดท่อทำความเย็น	=	350 mm.
- ความยาวของแบบจำลองขดท่อทำความเย็น	=	80 mm.
- ความสูงของแบบจำลองขดท่อทำความเย็น	=	282.5 mm.
- จำนวนขดท่อของแบบจำลองขดท่อทำความเย็น	=	44 ขด
- ความพรุนของขดท่อทำความเย็น	=	90 %
- ความหนาแน่นของขดท่อทำความเย็น	=	2702 kg/m ³
- สัมประสิทธิ์การนำความร้อนขดท่อทำความเย็น	=	237 W/m.K
- ความจุความร้อนจำเพาะของขดท่อทำความเย็น	=	903 kJ/kg.K
- ความหนาแน่นของอากาศ	=	1.1614 kg/m ³
- สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของอากาศ	=	0.026 W/m.K
- ความจุความร้อนจำเพาะของอากาศ	=	1.007 kJ/kg.K

การสร้างแบบจำลอง

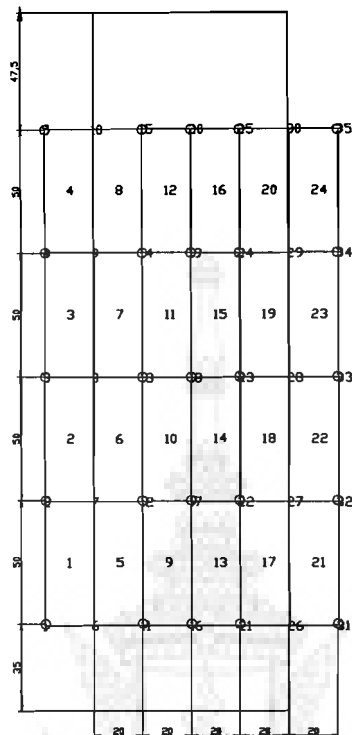
ในการสร้างแบบจำลองของขดท่อทำความเย็นสำหรับการวิจัยนั้น ได้ทำการจำลองแบบมาจากชุดทดสอบขดท่อทำความเย็นขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 มิลลิเมตร โดยลักษณะของกลุ่มท่อ (Tube) ภายในจัดวางเรียงแบบแนวเหลื่อมกันขนาด 80x282.5x350 มิลลิเมตร ดังแสดงในภาพที่ 21 ดังนั้นจากแบบจำลองของขดท่อทำความเย็น เราสามารถแบ่งเป็นชิ้นส่วนย่อยจำนวน 24 ชิ้นส่วน ที่ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด 35 จุดต่อ โดยเป็นชิ้นส่วนย่อยแบบเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม (Quadrilateral Element) ที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อ ดังแสดงในภาพที่ 22

การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตแบบจำลอง

จากลักษณะของแบบจำลองดังกล่าว จะเห็นได้ว่า การให้ความร้อนแก่แบบจำลองขดท่อทำความเย็นเป็นแบบอุณหภูมิคงที่ ส่วนบริเวณโดยรอบของแบบจำลองจะไม่มีการสูญเสียความร้อนให้แก่สิ่งแวดล้อม (Adiabatic Wall) นอกจากนั้นสำหรับกรณีปัญหาที่ขึ้นกับเวลา เราต้องทราบค่าเงื่อนไขตอนเริ่มต้น (Initial Condition) สำหรับการทดสอบจะกำหนดให้อุณหภูมิเริ่มแรกของแบบจำลองมีค่าเท่ากันหมด



ภาพที่ 21 แสดงลักษณะแบบจำลองขดท่อทำความเย็น



ภาพที่ 22 แสดงชิ้นส่วนย่อยต่างๆ จำนวน 24 ชิ้นส่วน ที่ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด 35 จุดต่อ

วิธีการและขั้นตอนการวิจัย

ในการวิจัยได้ใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์หาค่าการถ่ายโอนความร้อนภายในเขตท่อ ทำความเย็น โดยอาศัยอุปกรณ์คอมพิวเตอร์ในการคำนวณหาอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในเขตท่อ ทำความเย็น โดยการใช้ประกอบด้วยขั้นตอนหลักดังนี้

1. การแบ่งส่วนของแบบจำลอง โดยทำการแบ่งส่วนของแบบจำลองออกเป็นชิ้นส่วนย่อย ที่มีขนาดต่างกัน โดยแต่ละชิ้นส่วนย่อยจะเป็นแบบเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม (Quadrilateral Element) ที่ประกอบด้วย 4 จุดต่อ

2. การป้อนข้อมูลที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Program Computer) ต้องการ ประกอบด้วย

2.1 จำนวนของชิ้นส่วนย่อย (Number of Element)

2.2 จำนวนของจุดต่อ (Number of Node)

2.3 ข้อมูลจำเพาะสำหรับแต่ละชิ้นส่วนย่อย (Element Data) จะเริ่มต้นหมายเลขของจุดต่อ

i ตามด้วยจุดต่อ j ตามด้วยจุดต่อ k และตามด้วยจุดต่อ m

2.4 พิกัดของตำแหน่งของจุดต่อต่างๆ (Nodal Coordinate Values)

2.5 จำนวนของชิ้นส่วนย่อยที่มีอนุพันธ์ของเงื่อนไขขอบเขต (Number of Element Sides with a Derivative Boundary Condition)

2.6 อุณหภูมิเริ่มแรกที่จุดต่อต่างๆ และเงื่อนไขขอบเขตที่รู้ค่า (Known ϕ Values)

2.7 สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในสมการเชิงอนุพันธ์ (Material Coefficients)

2.8 จำนวนเวลาที่ใช้ในการพิจารณา (Total Time)

3. คำนวณเอลิเมนต์เมตริกซ์ (Element Matrix) ต่างๆ ของการถ่ายโอนความร้อน

$$[C]^e = \sum_{l=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_l W_j \rho_f C_{pf} \sigma \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} [N(\xi, \eta_j)]_{(1 \times 4)} |j(\xi, \eta_j)|$$

$$[K_c]^e = \sum_{l=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_l W_j [B(\xi, \eta_j)]_{(4 \times 2)}^T k [B(\xi, \eta_j)]_{(2 \times 4)} |j(\xi, \eta_j)|$$

$$[K_h]^e = \sum_{j=1}^{NG} W_j h \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} [N(\xi, \eta_j)]_{(1 \times 4)} |j(\xi, \eta_j)|$$

$$[K_v]^e = \sum_{l=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_l W_j \rho_f C_{pf} \phi \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} [u \ v]_{(1 \times 2)} [B(\xi, \eta_j)]_{(2 \times 4)} |j(\xi, \eta_j)|$$

$$[Q_q]^e = \sum_{l=1}^{NG} \sum_{j=1}^{NG} W_l W_j q'' \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} |j(\xi, \eta_j)|$$

$$[Q_h]^e = \sum_{j=1}^{NG} W_j h T_a \{N(\xi, \eta_j)\}_{(4 \times 1)} |j(\xi, \eta_j)|$$

4. นำเอลิเมนต์เมตริกซ์ (Element Matrix) ต่างๆ มารวมกันเป็นสมการรวมของระบบ (System of Simultaneous Equation)

$$[C]^{sys} = \sum_{l=1}^n [C]^e$$

$$[K_c]^{sys} = \sum_{l=1}^n [K_c]^e$$

$$[K_h]^{sys} = \sum_{l=1}^n [K_h]^e$$

$$[K_v]^{sys} = \sum_{l=1}^n [K_v]^e$$

$$[Q_q]^{sys} = \sum_{l=1}^n [Q_q]^e$$

$$[Q_h]^{sys} = \sum_{l=1}^n [Q_h]^e$$

5. แทนค่าอุณหภูมิเริ่มแรก (Initial Temperature) ที่จุดต่อต่างๆ และเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) ลงในสมการรวมของระบบ

6. ทำการแก้สมการรวมของระบบ โดยใช้วิธีการเกอ์คิน (Galerkin Method)

$$\{T\}_{n+1} = \left(\frac{1}{\Delta t} [C] + \frac{2}{3} ([K_c] + [K_h] + [K_v]) \right)^{-1} \left\{ \left(\frac{1}{\Delta t} [C] - \frac{1}{3} ([K_c] + [K_h] + [K_v]) \right) \{T\}_n + \frac{1}{3} (\{Q_q\} + \{Q_h\})_n + \frac{2}{3} (\{Q_q\} + \{Q_h\})_{n+1} \right\}$$

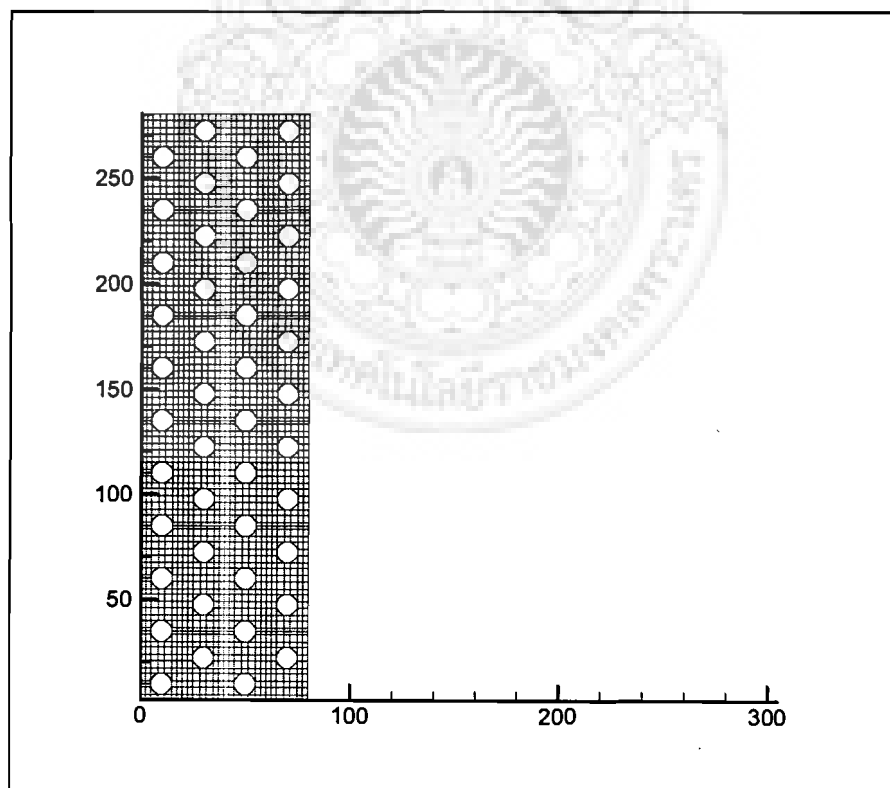
7. ตรวจสอบและวิเคราะห์ผลข้อมูลจากการวิจัย



บทที่ 4

ผลของการวิจัย

การวิจัยเริ่มจากการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์ของแบบจำลองออกเป็นจำนวน 24 เอลิเมนต์ ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด 35 จุดต่อ จากนั้นกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของแบบจำลอง โดยให้ความร้อนคงที่แก่แบบจำลอง และกำหนดให้ผนังไม่มีการสูญเสียความร้อน โดยจะทำการทดสอบที่อุณหภูมิ 35°C , 40°C และ 45°C ตามลำดับ จากนั้นกำหนดจำนวนเวลาทั้งหมดที่ทำการพิจารณา แต่เนื่องจากการแบ่งลักษณะเอลิเมนต์ดังกล่าวมีขนาดค่อนข้างใหญ่ ดังนั้นในการทดสอบจะทำการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์เพิ่มเป็น 2382 เอลิเมนต์ ที่ประกอบด้วยจุดต่อ 2735 จุดต่อ โดยทำการพิจารณาแบบต่างๆ ดังนี้ แบบที่ 1 ทำการกำหนดค่าอุณหภูมิที่ขอบของขดท่อทำความเย็นคงที่ โดยไม่พิจารณาความเร็วของอากาศที่ไหลผ่าน แบบที่ 2 กำหนดค่าอุณหภูมิที่ขอบของขดท่อทำความเย็นคงที่ โดยพิจารณาความเร็วของอากาศที่ไหลผ่าน



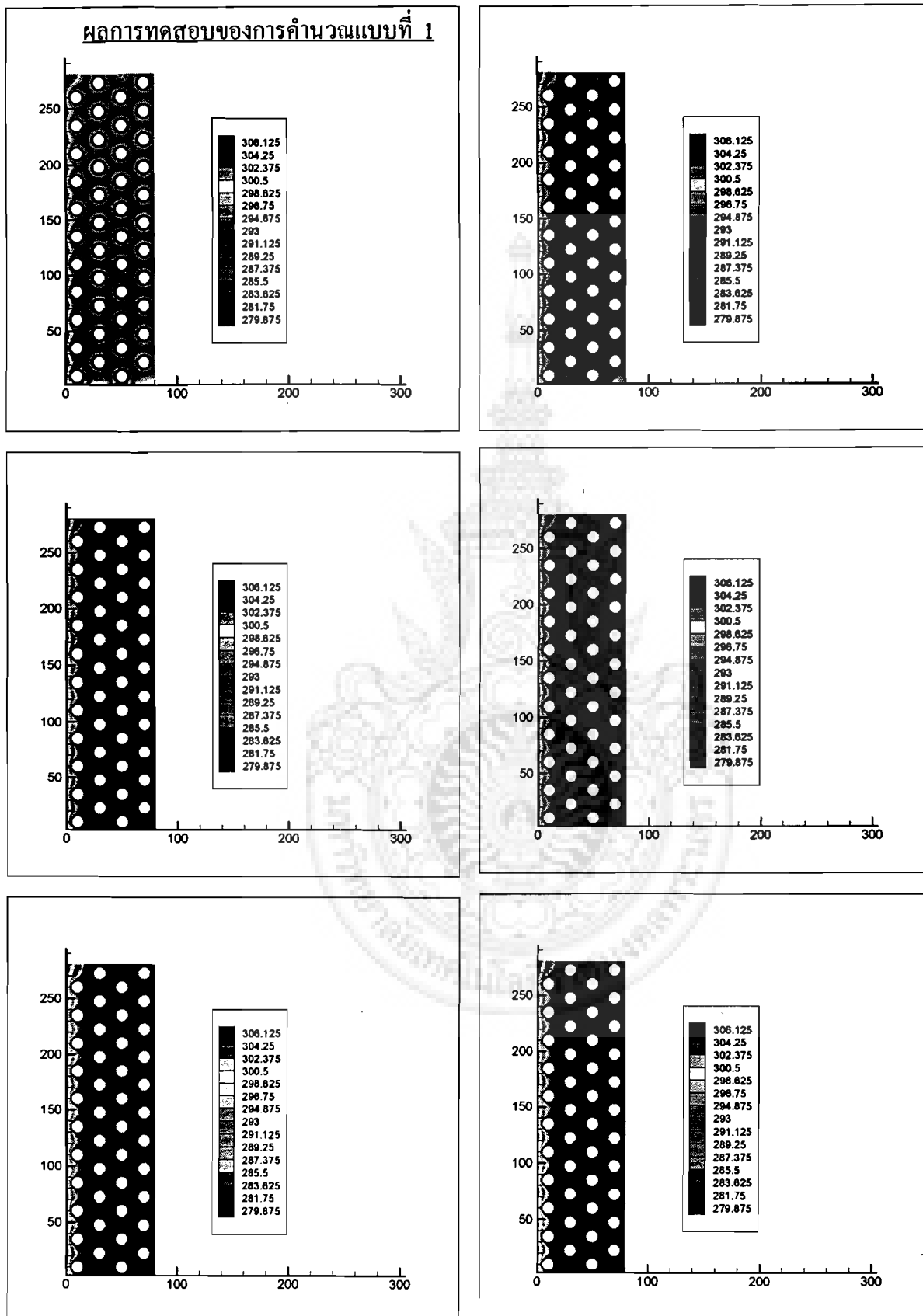
ภาพที่ 23 แสดงชิ้นส่วนย่อยต่างๆ จำนวน 2382 ชิ้นส่วน ที่ประกอบด้วยจุดต่อทั้งหมด 2735 จุดต่อ

แบบที่ 3 ทำการกำหนดค่าอัตราการถ่ายโอนความร้อน (ปริมาณความร้อนออก) ที่ขอบของชุดท่อทำความเย็น โดยไม่พิจารณาความเร็วของอากาศที่ไหลผ่าน แบบที่ 4 ทำการกำหนดค่าอัตราการถ่ายโอนความร้อน (ปริมาณความร้อนออก) ที่ขอบของชุดท่อทำความเย็น โดยพิจารณาความเร็วของอากาศที่ไหลผ่าน

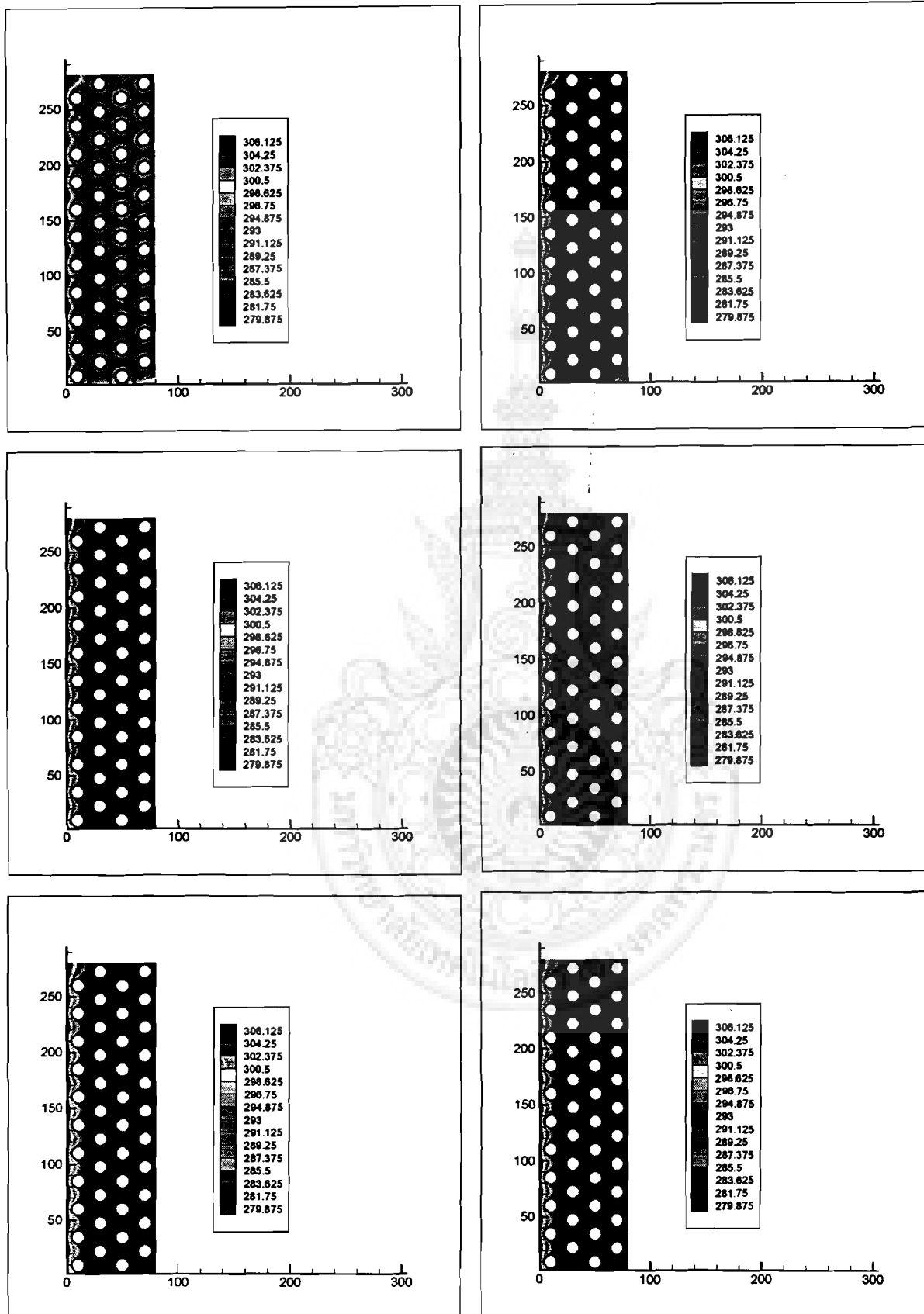
ผลการวิจัย

จากการให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลองชุดท่อทำความเย็นที่อุณหภูมิต่างๆ 35°C , 40°C และ 45°C จะพบว่า ที่บริเวณขอบ (ตำแหน่งทางเข้า) ของแบบจำลอง ค่าของอุณหภูมิบริเวณดังกล่าวจะมีค่าสูงที่สุด (ตามเงื่อนไขที่กำหนด) และค่าของอุณหภูมิจะมีค่าลดลงตามระยะที่เพิ่มมากขึ้น และเมื่อเวลาผ่านไปอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในแบบจำลองชุดท่อทำความเย็นจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งมีค่าจะคงที่ หลังจากนั้นไม่ว่าจะเพิ่มจำนวนเวลามากขึ้นเพียงใดก็ตาม ค่าของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลองจะไม่มีเปลี่ยนแปลง โดยผลการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง สามารถแสดงได้ดังนี้

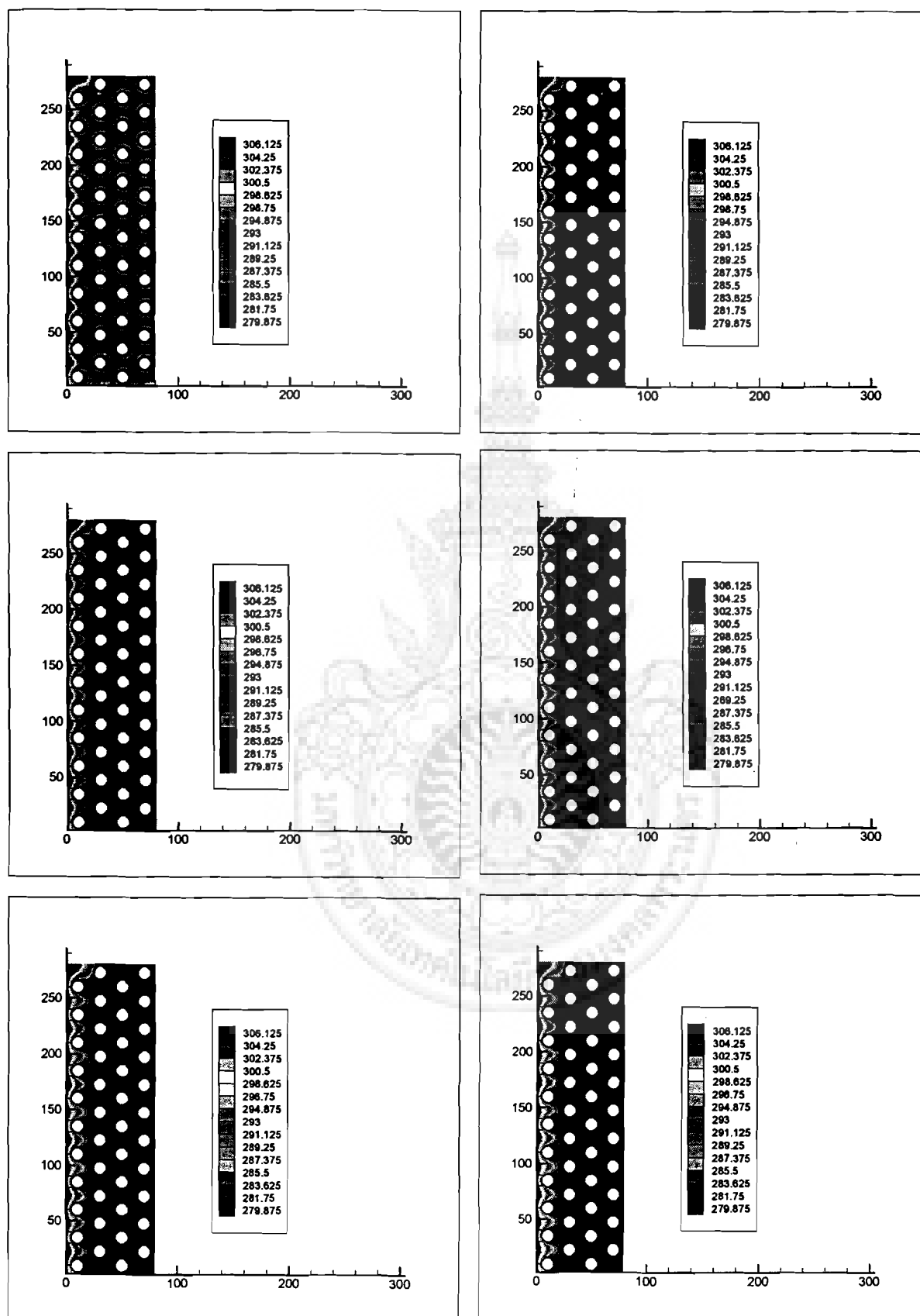
1. ให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลอง ที่อุณหภูมิ 35 องศาเซลเซียส
 - 1.1 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 1 แสดงในภาพที่ 24
 - 1.2 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 2 แสดงในภาพที่ 27
 - 1.3 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 3 แสดงในภาพที่ 30
 - 1.4 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 4 แสดงในภาพที่ 33
2. ให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลอง ที่อุณหภูมิ 40 องศาเซลเซียส
 - 2.1 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 1 แสดงในภาพที่ 25
 - 2.2 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 2 แสดงในภาพที่ 28
 - 2.3 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 3 แสดงในภาพที่ 31
 - 2.4 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 4 แสดงในภาพที่ 34
3. ให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลอง ที่อุณหภูมิ 45 องศาเซลเซียส
 - 3.1 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 1 แสดงในภาพที่ 26
 - 3.2 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 2 แสดงในภาพที่ 29
 - 3.3 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 3 แสดงในภาพที่ 32
 - 3.4 ผลการทดสอบของการคำนวณแบบที่ 4 แสดงในภาพที่ 35



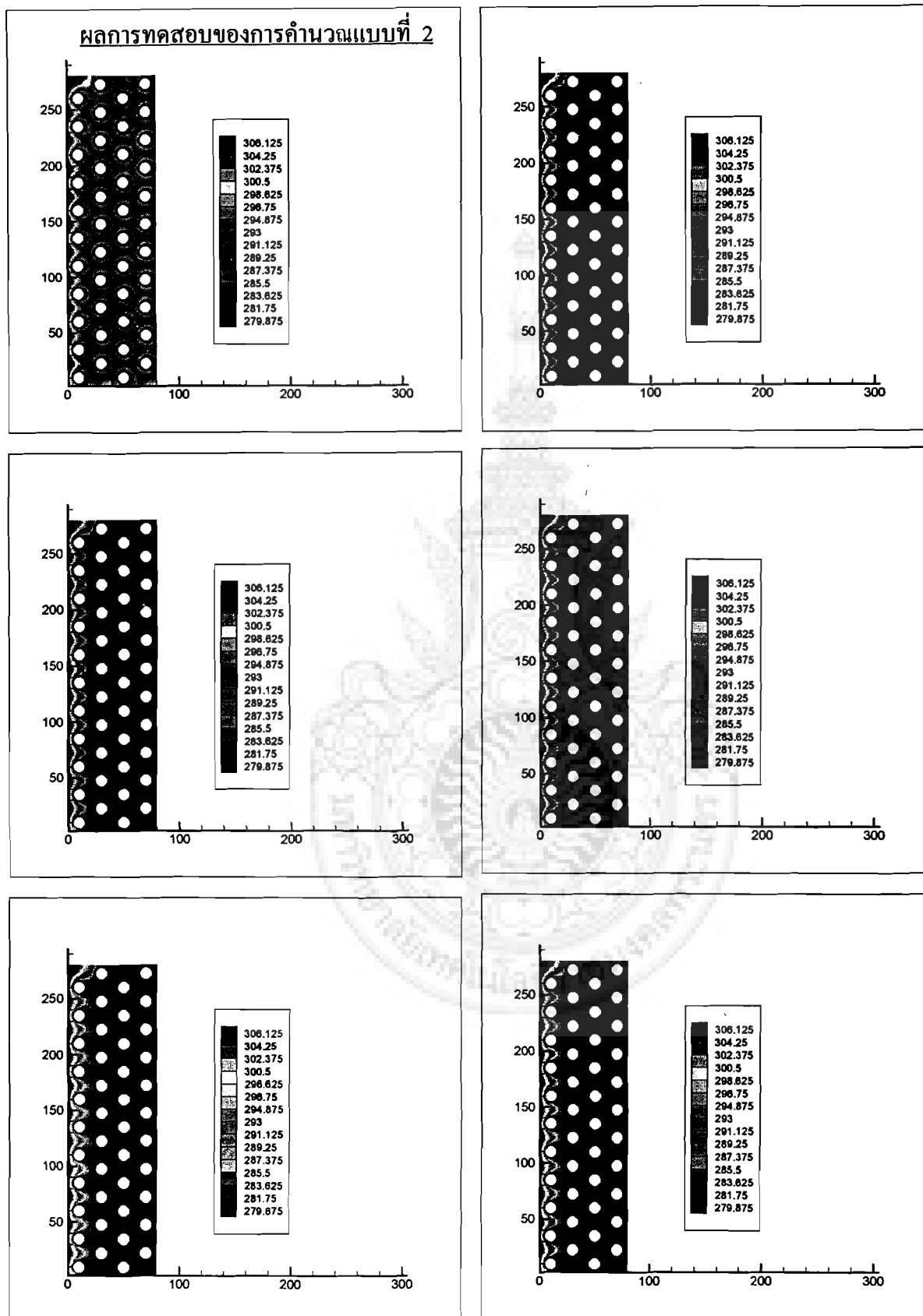
ภาพที่ 24 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 1 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 35 องศาเซลเซียส



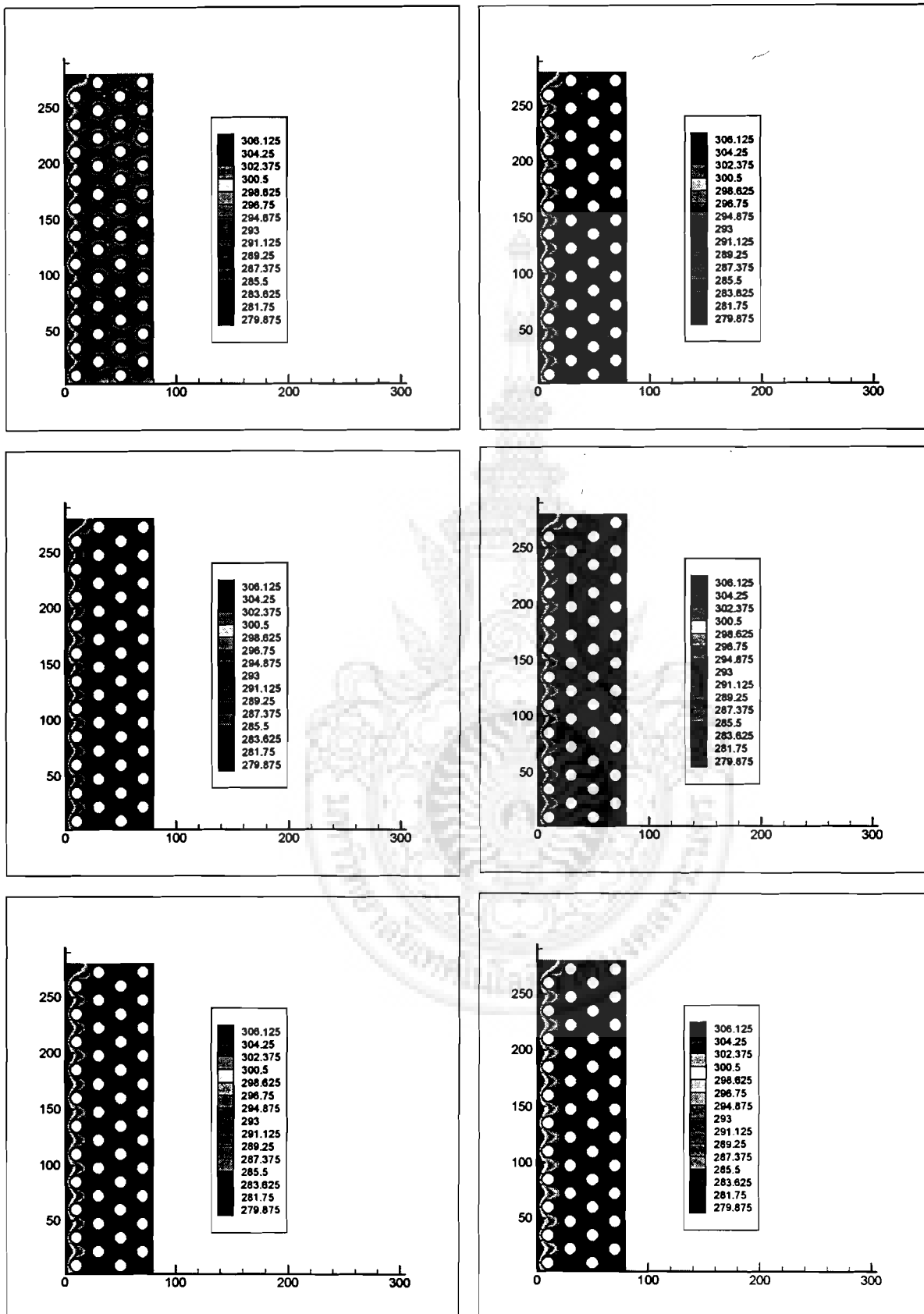
ภาพที่ 25 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 1 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 40 องศาเซลเซียส



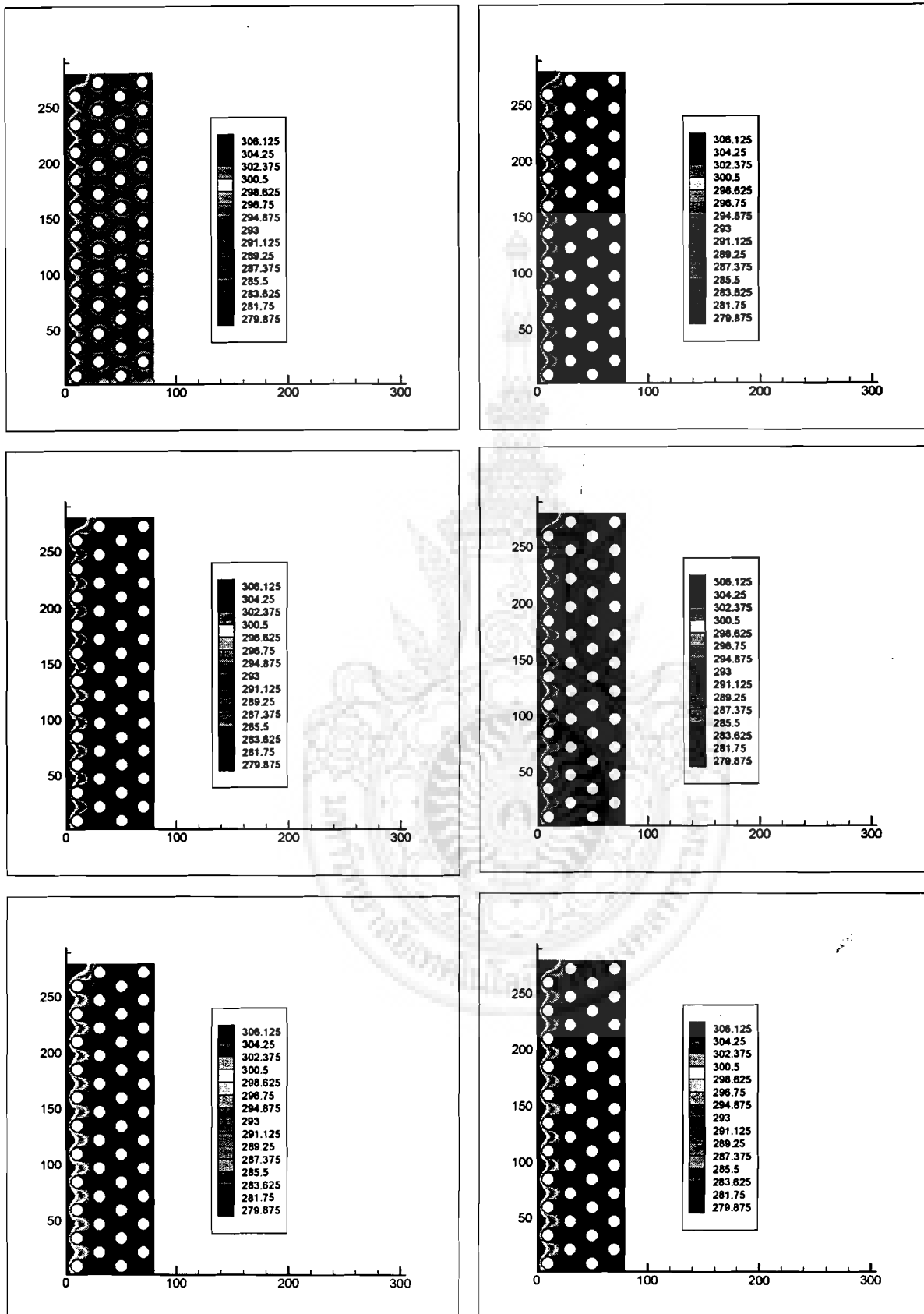
ภาพที่ 26 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 1 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 45 องศาเซลเซียส



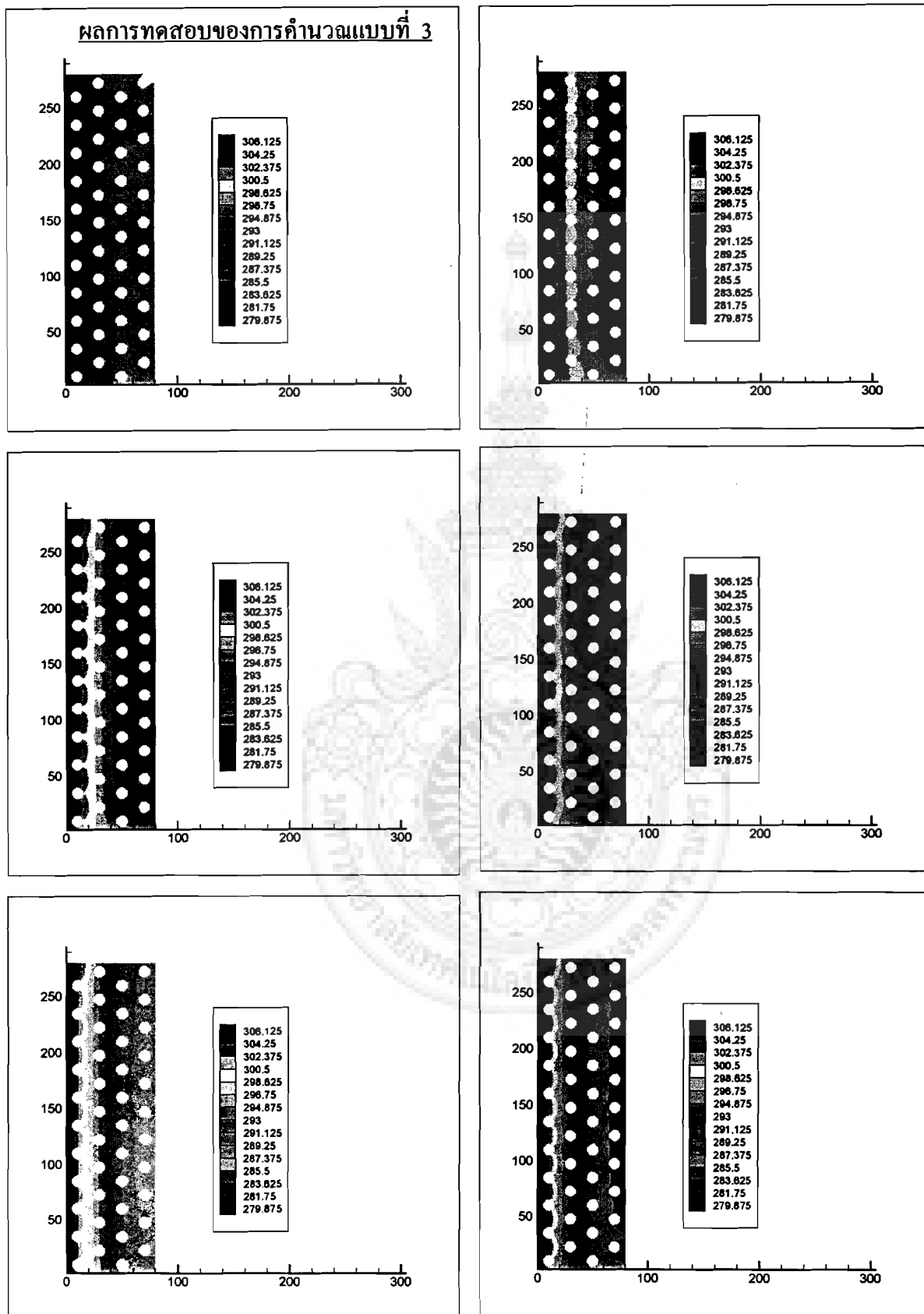
ภาพที่ 27 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 2 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 35 องศาเซลเซียส



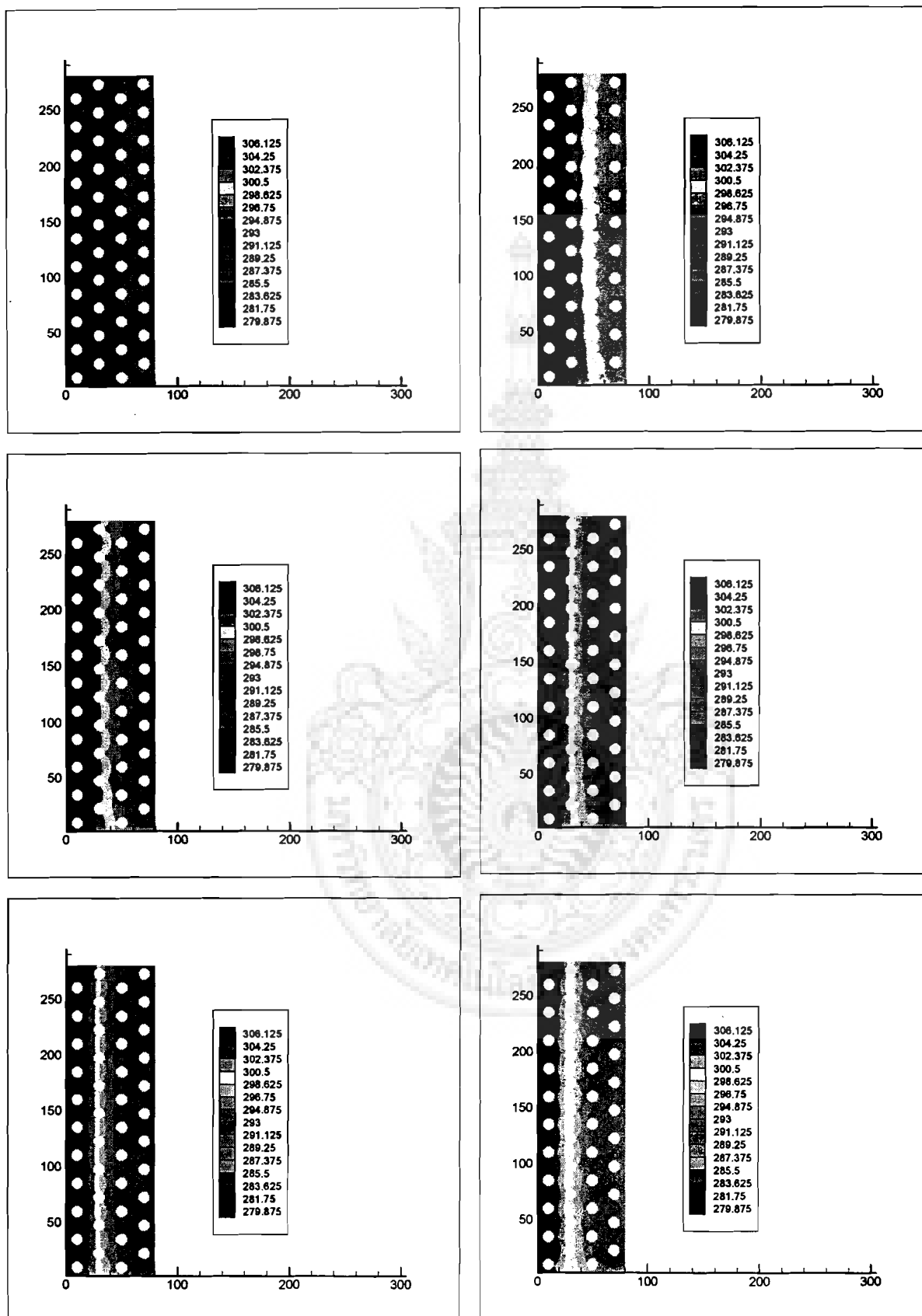
ภาพที่ 28 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 2 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 40 องศาเซลเซียส



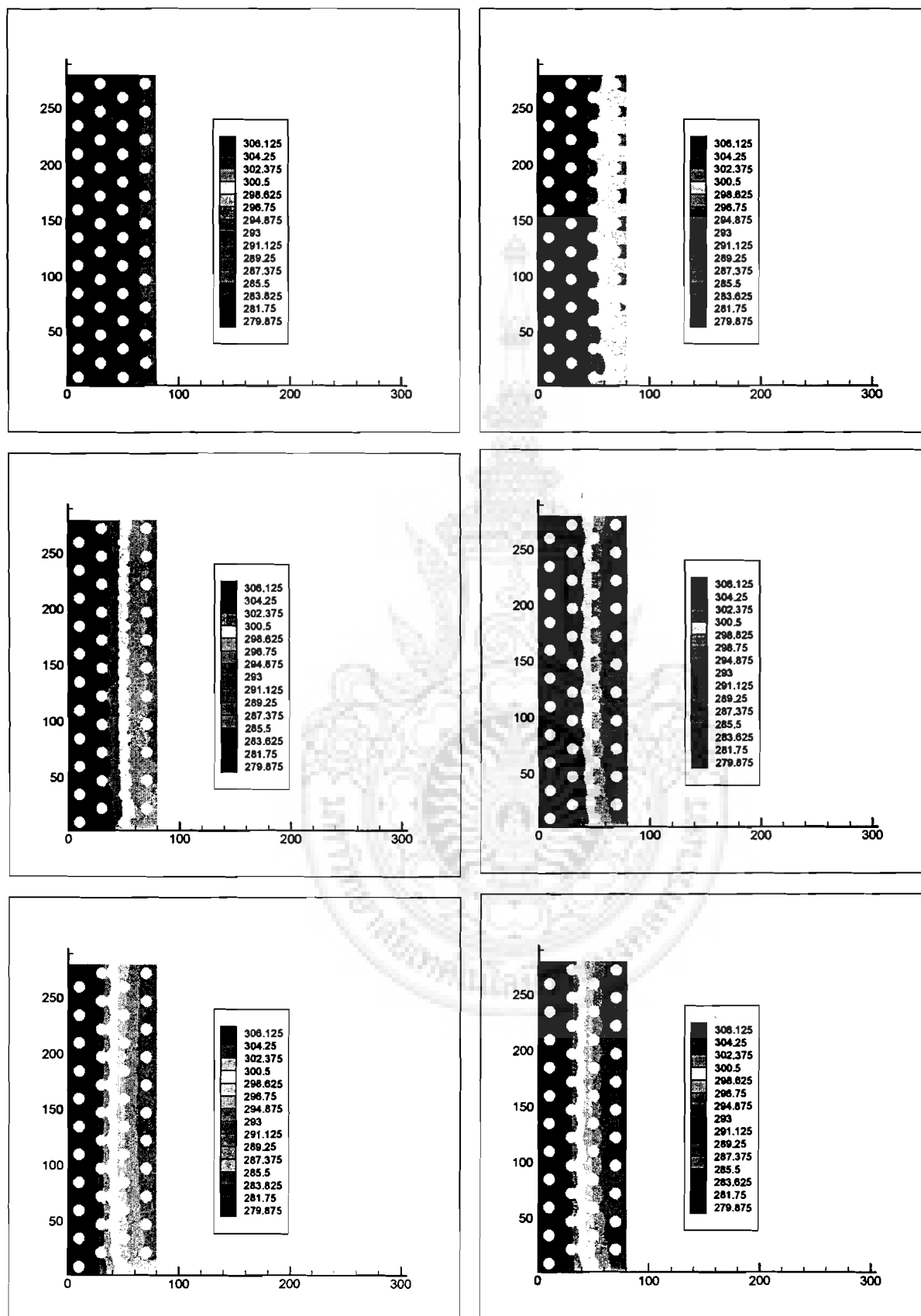
ภาพที่ 29 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 2 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 45 องศาเซลเซียส



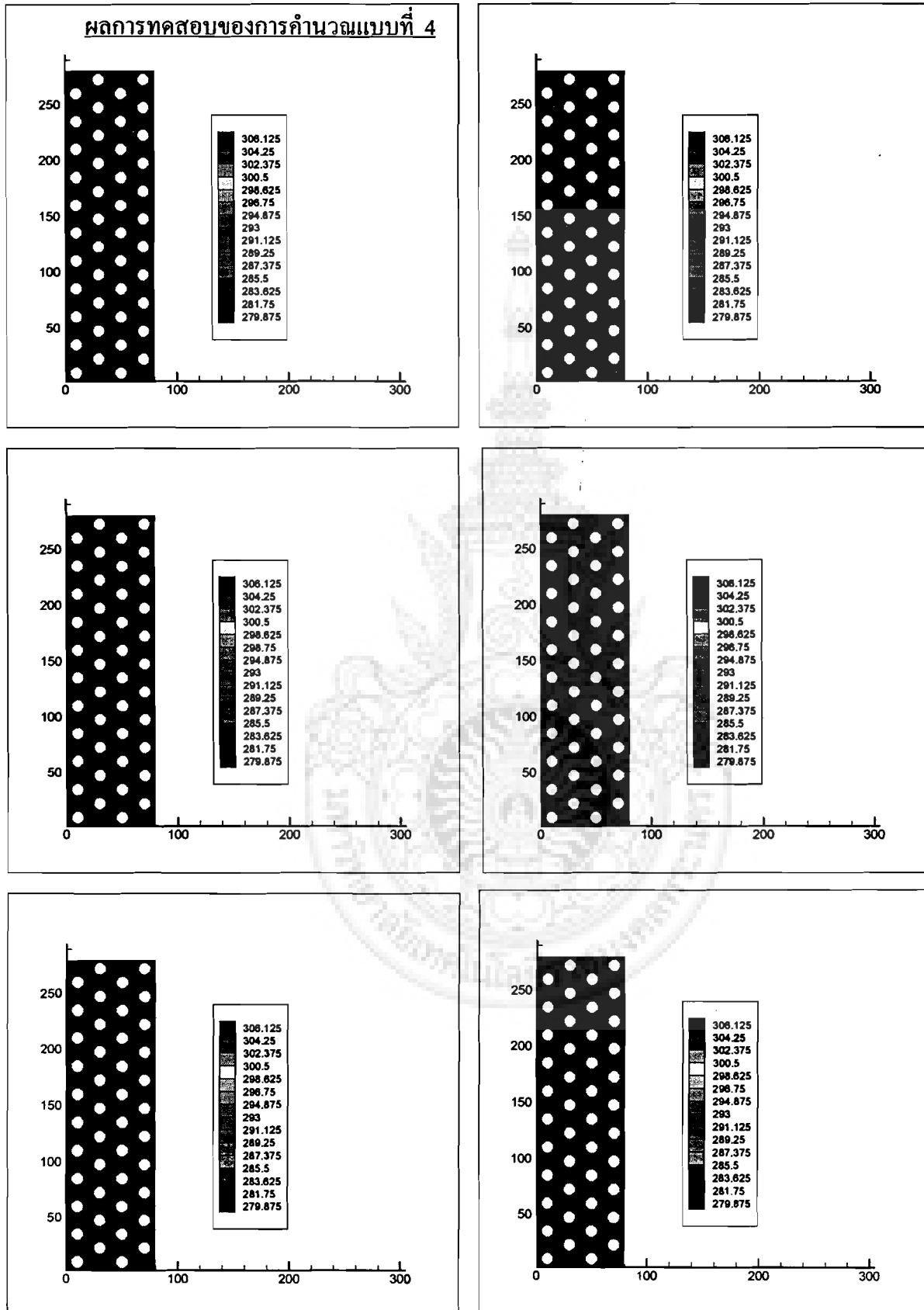
ภาพที่ 30 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 3 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 35 องศาเซลเซียส



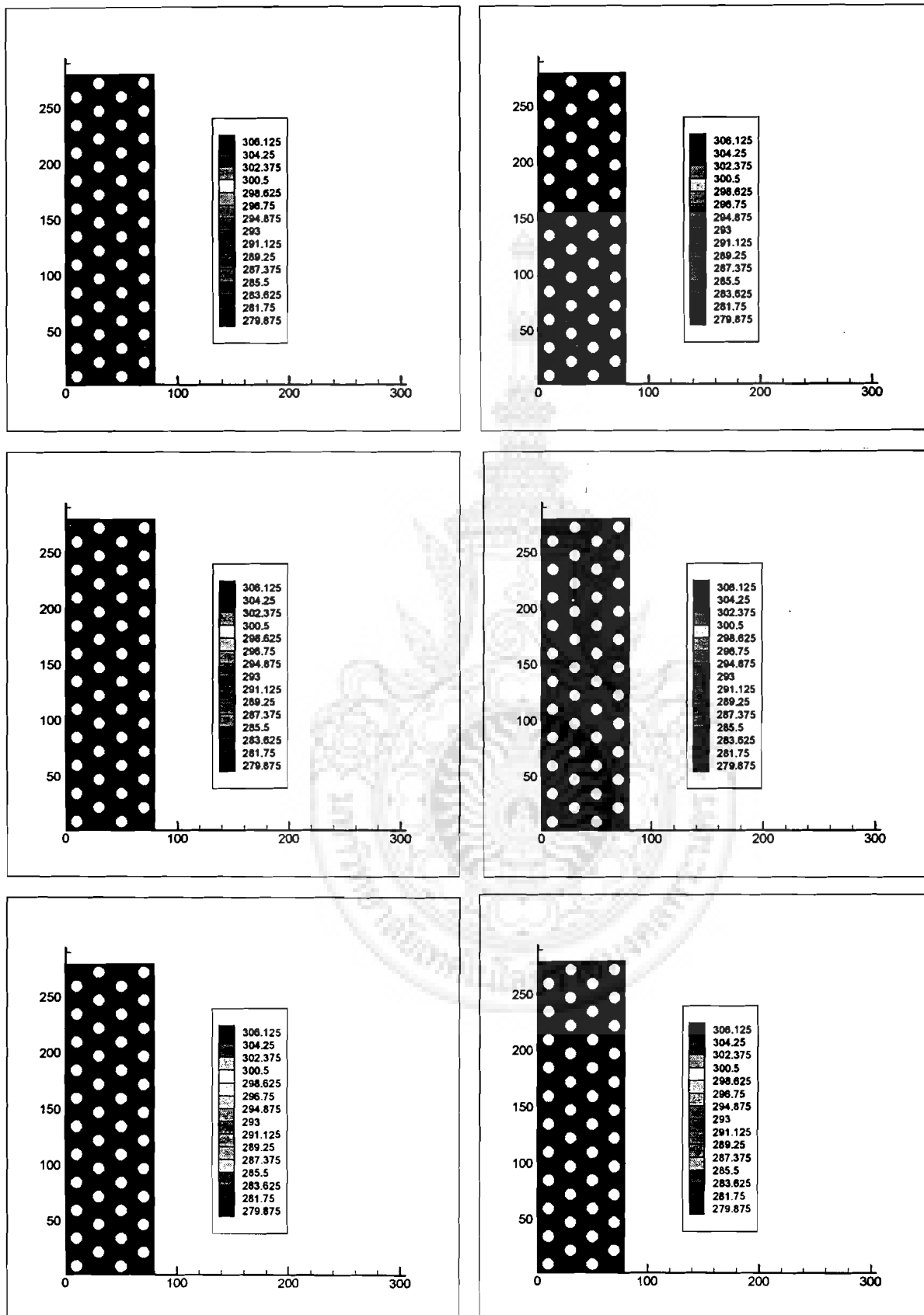
ภาพที่ 31 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 3 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 40 องศาเซลเซียส



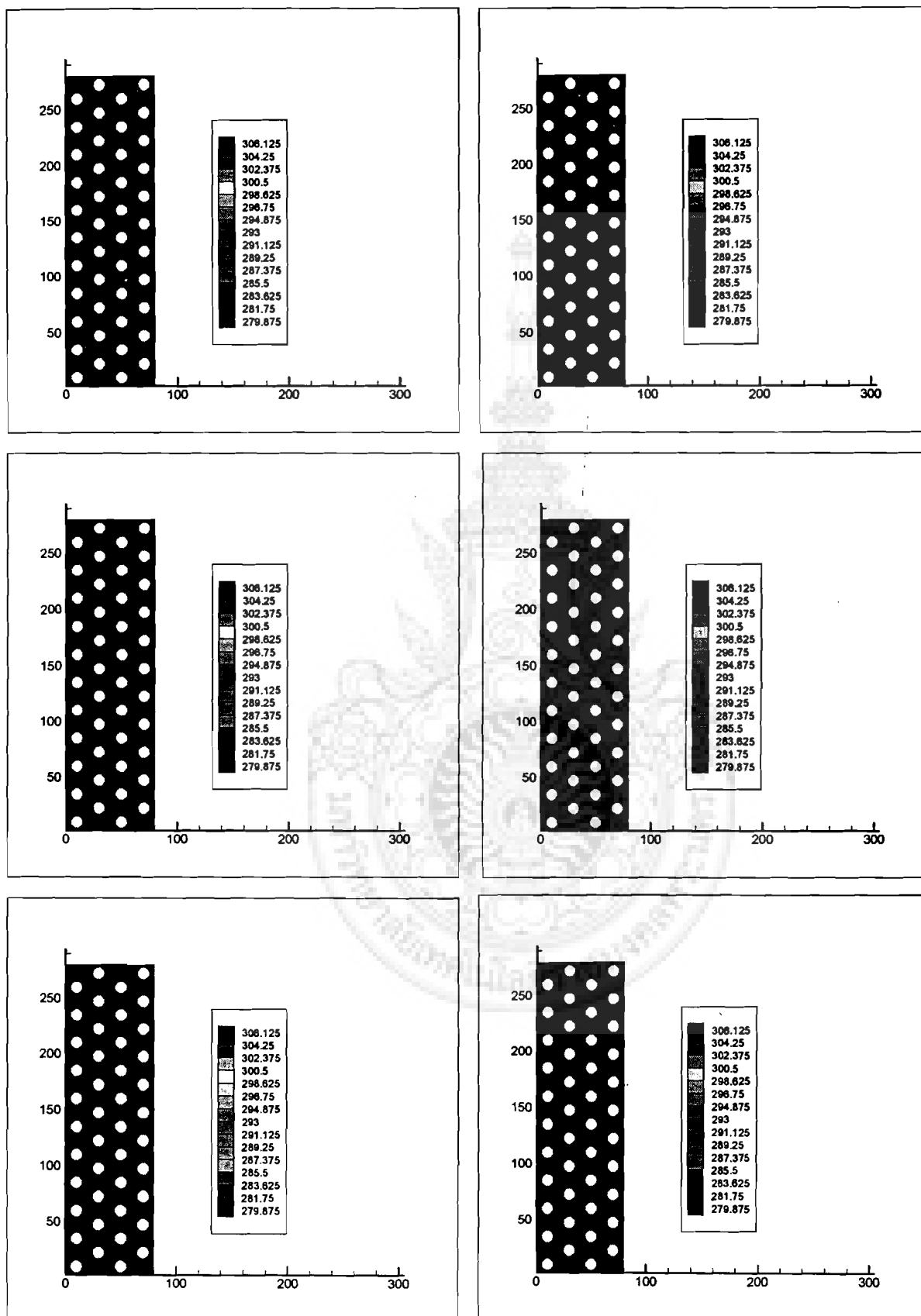
ภาพที่ 32 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 3 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 45 องศาเซลเซียส



ภาพที่ 33 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 4 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 35 องศาเซลเซียส



ภาพที่ 34 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 4 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 40 องศาเซลเซียส



ภาพที่ 35 แสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่จุดต่อต่างๆ ภายในแบบจำลอง ของผลการทดสอบ
การคำนวณแบบที่ 4 โดยให้ความร้อนที่ขอบแบบจำลอง 45 องศาเซลเซียส

บทที่ 5

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

จากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า เมื่อให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลองที่อุณหภูมิต่างๆ 35 °C, 40 °C และ 45 °C ตามลำดับ จะพบว่าการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในแบบจำลองนั้น จะมีลักษณะการลดลงสู่สภาวะอิมตัว นั่นคือเมื่อทำการกำหนดอุณหภูมิหรืออัตราการถ่ายโอนความร้อนที่บริเวณขอบเขตต่อทำความเย็น ค่าของอุณหภูมิที่บริเวณขอบเขตต่อทำความเย็นจะมีค่าลดลงตามลำดับ และมีอัตราการลดลงอย่างสม่ำเสมอ เมื่อเวลาผ่านไปค่าของอุณหภูมิภายในของแบบจำลองจะมีค่าคงที่ หลังจากนั้นไม่ว่าจะเพิ่มจำนวนเวลามากขึ้นเพียงใดก็ตามค่าของอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในแบบจำลองจะไม่มี การเปลี่ยนแปลง และเมื่อทำการเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิจากผลการทดสอบการคำนวณแบบที่ 1 กับแบบที่ 2 จะพบว่าเมื่อให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลองที่อุณหภูมิ 35 °C ค่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ที่คำนวณได้แตกต่างกัน 0.40 % ที่อุณหภูมิ 40 °C ค่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ที่คำนวณได้แตกต่างกัน 0.45 % และที่อุณหภูมิ 45 °C ค่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ที่คำนวณได้แตกต่างกัน 0.51 % และเมื่อทำการเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิจากผลการทดสอบการคำนวณแบบที่ 3 กับแบบที่ 4 จะพบว่าเมื่อให้ความร้อนโดยรอบแก่แบบจำลองที่อุณหภูมิ 35 °C ค่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ที่คำนวณได้แตกต่างกัน 3.26 % ที่อุณหภูมิ 40 °C ค่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ที่คำนวณได้แตกต่างกัน 3.72 % และที่อุณหภูมิ 45 °C ค่าอุณหภูมิตำแหน่งต่างๆ ที่คำนวณได้แตกต่างกัน 4.18 % ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ใช้ในการคำนวณนั้นมีส่วนสำคัญเป็นอย่างมาก เพราะหากว่าค่าของอุณหภูมิหรืออัตราการถ่ายโอนความร้อนไม่ถูกต้องแล้วจะส่งผลทำให้ค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้มีความผิดพลาดตามไปด้วย โดยตัวแปรต่างๆ (Parameters) ที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในเขตต่อทำความเย็นสามารถสรุปได้ดังนี้

1. ความพรุนของวัสดุ
2. ค่าความหนาแน่นของอากาศและเขตต่อทำความเย็น
3. ค่าความจุความร้อนของอากาศและเขตต่อทำความเย็น
4. ค่าการนำความร้อนของอากาศและเขตต่อทำความเย็น
5. ค่าความเร็วของอากาศ

ข้อเสนอแนะ

1. ทำการศึกษาการพาความร้อนแบบอิสระที่เกิดจากความแตกต่างของอุณหภูมิภายในอากาศ เนื่องมาจากการที่อากาศสัมผัสกับผิวของวัตถุที่มีอุณหภูมิต่างกัน เพื่อให้ผลของคำตอบแม่นยำยิ่งขึ้น
2. ทำการศึกษาถึงการเปลี่ยนแปลงของมวลความชื้นว่ามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิมากน้อยเพียงใด
3. ทำการศึกษาการถ่ายโอนความร้อนแบบไม่เชิงเส้นภายใต้สถานะชั่วคราว เพื่อนำผลที่ได้มาประกอบการเปรียบเทียบกับงานวิจัย เพื่อหาผลสรุปว่าการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่ได้นั้น มีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด
4. ทำการหาค่าผลเฉลยของการถ่ายโอนความร้อนภายในเขตท่อทำความเย็นด้วยวิธีการอื่น เพื่อนำผลที่ได้มาประกอบการเปรียบเทียบกับงานวิจัย



บรรณานุกรม

- ชนาคม สุนทรชัยนาแสง. การถ่ายเทความร้อน. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซนเตอร์, 2547.
- ปราโมทย์ เฉชะอำไพ. ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2537.
- ปราโมทย์ เฉชะอำไพ. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. กรุงเทพฯ : จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2538.
- พงษ์ธร จริญญากรณ์. อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนสำหรับงานอุตสาหกรรม. กรุงเทพฯ : เอ็มเอนด์อี, 2542.
- พิชิต ฤกษ์นันท์ ; และสพรั่ง สุวภิรมย์โชติ. การทำความเย็น. กรุงเทพฯ : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, ม.ม.ป.
- มนตรี พิรุณเกษร. การถ่ายเทความร้อน. กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์, 2545.
- มนตรี พิรุณเกษร. อุณหพลศาสตร์ 2. กรุงเทพฯ : วิทยพัฒน์, 2540.
- สมชัย อัครทิวา ; และขวัญจิต วงษ์ซารี. เทอร์โมไดนามิกส์. กรุงเทพฯ : ฟิสิกส์เซนเตอร์, 2546.
- สมศักดิ์ สุโมตยกุล. เครื่องทำความเย็นและเครื่องปรับอากาศ. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2542.
- สุนันท์ ศรีณนิตย์. การถ่ายเทความร้อน. กรุงเทพฯ : สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น), 2545.
- Bejan, Adrian. Convection Heat Transfer. New York : John Wiley, 1995.
- Cengle Yanus A. ; and Boles Michael A. Thermodynamics. Forth Edition. Singapore : McGraw-Hill, 2002.
- Cengle Yunus A. Heat Transfer. Second Edition. Singapore : McGraw-Hill, 2003.
- Currie, I.G. Fundamental Mechanics of Fluids. Singapore : McGraw-Hill, 1993.
- Dossat Roy J. Principles of Refrigeration. Fourth Edition. America : Prentice-Hall, 1997.
- Holman J.P. Heat Transfer. Ninth Edition. Singapore : McGraw-Hill, 2002.
- Incropera Frank P. ; and De Witt David P. Introduction to Heat Transfer. Forth Edition. America : McGraw-Hill, 2002.

บรรณานุกรม (ต่อ)

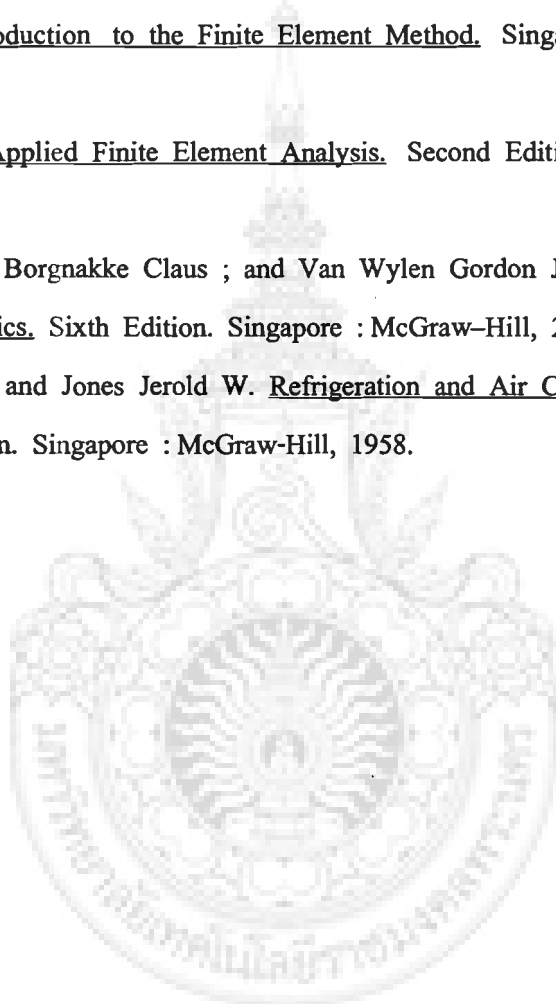
McQuiston Faye C. ; and Parker Jerald D. Heating Ventilating and Air Conditioning.
Forth Edition. Singapore : John Wiley & Sons, 1994.

Reddy, J.N. An Introduction to the Finite Element Method. Singapore : McGraw-Hill,
1993.

Segerlind, Larry J. Applied Finite Element Analysis. Second Edition. Singapore : John
Wiley, 1984.

Sonntag Richard E. ; Borgnakke Claus ; and Van Wylen Gordon J. Fundamentals of
Thermodynamics. Sixth Edition. Singapore : McGraw-Hill, 2003.

Stoecker Wilbert F. ; and Jones Jerold W. Refrigeration and Air Conditioning.
Second Edition. Singapore : McGraw-Hill, 1958.



ประวัติผู้เขียน

ชื่อ : นายสมจินต์ พ่วงเจริญชัย
เรื่อง : การจำลองการถ่ายโอนความร้อนภายในชุดท่อทำความเย็น
โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
สาขาวิชา : วิศวกรรมเครื่องกล

ประวัติ

ประวัติส่วนตัว เกิดเมื่อวันที่ 30 ธันวาคม 2516 ที่กรุงเทพมหานคร ที่อยู่ปัจจุบัน 66/171
เสาชิงหิน บางใหญ่ นนทบุรี

ประวัติการศึกษา ประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาช่างยนต์ จากโรงเรียนเทคโนโลยีสยาม
พ.ศ. 2534 ประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาช่างยนต์ จากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขต
พระนครเหนือ พ.ศ. 2536 ปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบัน
เทคโนโลยีราชมงคล พ.ศ. 2538 ปริญญาโทวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ พ.ศ. 2542

ประวัติการทำงาน พ.ศ. 2538 สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครเหนือ
ตำแหน่งอาจารย์ 1 พ.ศ. 2546 สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครเหนือ ตำแหน่ง
หัวหน้าสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล พ.ศ. 2547 สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนคร
เหนือ ตำแหน่งอาจารย์ 2 พ.ศ. 2547 สถาบันเทคโนโลยีราชมงคล วิทยาเขตพระนครเหนือ
ตำแหน่งหัวหน้าสาขาวิชาเทคโนโลยีเครื่องกล